Theorie und Numerik von Differentialgleichungen
mit
MATLAB und SIMULINK
SS08

Abgabe: 11.7.2008

Aufgabe 12.1
Übernehmen Sie die SIMULINK Subsysteme „Schritte" und „Delta t" der Vorlesung und schreiben Sie ein weiteres Subsystem, dass eine Integration abbricht, sobald die Lösung einen geeignet vorgegebenen Wert unterschreitet. Die Lösung soll dabei mindestens zwei Komponenten umfassen. Die Vorgaben zum Abbruch können sein:

Summe der Absolutbeträge kleiner als eps
Wurzeln aus der Quadratsumme aller Komponenten kleiner als eps
Maximum der absoluten Beträge kleiner als eps

Aufgabe 12.2
Schreiben Sie ein SIMULINK Modell, mit dem man die folgenden Anfangswertprobleme behandeln kann, indem man von Lauf zu Lauf nur einzelne Blockparameter ändert. Alternativ können Sie auch für jedes Anfangswertproblem ein eigenes Modell schreiben

$$y' = Ay, \quad y(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

mit $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -25 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ +24 & -25 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} -25 & 0 \\ -24 & -1 \end{pmatrix}$.

Wählen Sie ‚Relative Tolerance' 1.0e-6 und ‚Absolute Tolerance' 1.0e-9. Die Integration soll abgebrochen werden, sobald in der Aufgabe 12.1 die gewählte Norm kleiner 0.1e-9 wird. Verwenden Sie dazu Ihr Subsystem aus Aufgabe 12.1. Geben Sie ‚Stop Time' mit 40 und die maximale Schrittweite mit 10 an.
Integrieren Sie mit verschiedenen Integrationsverfahren. Wie verhalten sich die Schrittweiten bei den einzelnen Problemen und Integrationsverfahren? Wie viele Integrationsschritte sind bei den einzelnen Problemen und Integrationsverfahren erforderlich?

Aufgabe 12.3
Nun zu aktuelleren Aufgabenstellungen:
Das folgende System, bestehend aus einer partiellen Differentialgleichung und einer gewöhnlichen Differentialgleichung,

$$\begin{aligned} u' &= u - u^3 - v + C + Du_{xx} \\ v' &= \varepsilon(\alpha(u - A)^3 - v) \end{aligned}$$

ist interessant
Wir betrachten dazu die Randbedingungen

$$u(t,0) = \text{Pulse}, \quad u(t,1) = 0, \quad v(0,x) = u(0,x) = 0$$

Die Diskretisierung

$$u_{xx}(t,x) = \frac{u(t,x+\Delta x) - 2u(t,x) + u(t,x-\Delta x)}{\Delta x^2}$$

mit $\Delta x = 1/4$ führt (für $D \neq 0$) auf ein System von 6 Differentialgleichungen in t an den Stellen Δx = ¼, ½, ¾ .
Schreiben Sie zunächst ein Simulink Modell für den Fall D= 0 und zwar so, das eine leichte Veränderung dieses Modells auch den Fall D $\neq 0$ umfasst.
Wählen Sie A = - 0.5, $\varepsilon = 0.01$, $\alpha = 5$.
Für D = 0 führen Sie Simulationen bis T = 1000 für einige C aus der Umgebung von [5.8, 5.9] durch..
Wiederholen Sie obiges mit $D/\Delta x^2$ = 0.1 und C aus [5.8, 8].
Simulationen mit weiteren Parametersätzen sind erwünscht (Auch Änderungen von A, eps , α und Δx).