

**Übungen zu Numerische Mathematik**  
**SS06**  
**B. von Loesch, K. Taubert**

**Abgabe: 4.7.06 vor den Übungen**

**Aufgabe 43**

Konstruiere eine adaptive Integrationsformel auf der Grundlage der Trapezregel

**Aufgabe 44**

Die Höhe des Wasserstandes in der Nordsee wird hauptsächlich durch die so genannte M<sub>2</sub>-Tide bestimmt, deren Periode etwa 12 Stunden beträgt und die daher durch eine Funktion

$$h(t) = x_1 + x_2 \sin\left(\frac{2\pi t}{12}\right) + x_3 \cos\left(\frac{2\pi t}{12}\right)$$

( t in Stunden ) beschrieben werden kann. Zur Bestimmung von  $x_1, x_2, x_3$  sind bei Helgoland folgende Messungen durchgeführt worden:

$t_i$	0	2	4	6	8	10	Std
$h_i$	1.9	3.0	2.6	1.1	0.4	1.5	Meter

Man formuliere das Problem als (überbestimmtes) lineares Gleichungssystem  $Ax = b$ . Man überzeuge sich davon, dass die Spalten der Matrix orthogonal zueinander sind und bestimme die Lösung des Ausgleichsproblems.

**Aufgabe 45**

Gegeben seien die drei Punkte  $(t_1, f_1) = (0,0)$ ,  $(t_2, f_2) = (1,1)$ ,  $(t_3, f_3) = (3,-3)$ . Man finde eine Gerade  $x(t) = at + b$ , die an den drei Stellen  $t_j, j = 1,2,3$  im Sinne der euklidischen Norm möglichst wenig von den gegebenen Werten  $f_j$  abweicht.

**Aufgabe 46**

Es sei  $f(t) = t^2, 0 \leq t \leq 1$ . Gesucht ist ein Polynom  $v^*(t)$  vom Grade  $\leq 1$  mit der Eigenschaft

$$\int_0^1 (f(t) - v^*(t))^2 dt \leq \int_0^1 (f(t) - v(t))^2 dt$$

für alle Polynome  $v$  vom Grade  $\leq 1$ . Bestimmen Sie die Koeffizienten von  $v^*$  und fertigen Sie eine Zeichnung der Differenz  $f - v^*$  auf  $[0, 1]$  an.

Geben Sie die beste Approximation  $v^{**}$  für  $f$  bezüglich der Maximum-Norm in der Klasse der Polynome vom Grade  $\leq 1$  an und fertigen Sie wie oben eine Zeichnung der Differenz  $f - v^{**}$  an.