

Übungen zu Numerische Mathematik
SS06
B. von Loesch, K. Taubert

Abgabe: 4.7.06 vor den Übungen

Aufgabe 43

Konstruiere eine adaptive Integrationsformel auf der Grundlage der Trapezregel

Aufgabe 44

Die Höhe des Wasserstandes in der Nordsee wird hauptsächlich durch die so genannte M₂-Tide bestimmt, deren Periode etwa 12 Stunden beträgt und die daher durch eine Funktion

$$h(t) = x_1 + x_2 \sin\left(\frac{2\pi t}{12}\right) + x_3 \cos\left(\frac{2\pi t}{12}\right)$$

(t in Stunden) beschrieben werden kann. Zur Bestimmung von x_1, x_2, x_3 sind bei Helgoland folgende Messungen durchgeführt worden:

t_i	0	2	4	6	8	10	Std
h_i	1.9	3.0	2.6	1.1	0.4	1.5	Meter

Man formuliere das Problem als (überbestimmtes) lineares Gleichungssystem $Ax = b$. Man überzeuge sich davon, dass die Spalten der Matrix orthogonal zueinander sind und bestimme die Lösung des Ausgleichsproblems.

Aufgabe 45

Gegeben seien die drei Punkte $(t_1, f_1) = (0,0)$, $(t_2, f_2) = (1,1)$, $(t_3, f_3) = (3,-3)$. Man finde eine Gerade $x(t) = at + b$, die an den drei Stellen $t_j, j = 1,2,3$ im Sinne der euklidischen Norm möglichst wenig von den gegebenen Werten f_j abweicht.

Aufgabe 46

Es sei $f(t) = t^2, 0 \leq t \leq 1$. Gesucht ist ein Polynom $v^*(t)$ vom Grade ≤ 1 mit der Eigenschaft

$$\int_0^1 (f(t) - v^*(t))^2 dt \leq \int_0^1 (f(t) - v(t))^2 dt$$

für alle Polynome v vom Grade ≤ 1 . Bestimmen Sie die Koeffizienten von v^* und fertigen Sie eine Zeichnung der Differenz $f - v^*$ auf $[0, 1]$ an.

Geben Sie die beste Approximation v^{**} für f bezüglich der Maximum-Norm in der Klasse der Polynome vom Grade ≤ 1 an und fertigen Sie wie oben eine Zeichnung der Differenz $f - v^{**}$ an.