

Übungen zu Numerische Mathematik
SS06
B. von Loesch, K. Taubert

Abgabe: 16.5.06 vor den Übungen

Aufgabe 21 (Aufdeckung von Umstimmigkeiten)

Bei äquidistanten Stützstellen müssen beim Schema der dividierten Differenzen nicht notwendig die Divisionen durch die Differenzen der Stützstellen ausgeführt werden. Die geeigneten Divisionen können nachträglich an den interessierenden Termen durchgeführt werden.

Beim Schema ohne Divisionen spricht man von einem Differenzenschema. Dieses vereinfachte Differenzenschema ist ein wichtiges Mittel zur Aufdeckung von Abrundungs- oder Meßungenauigkeiten und macht sich durch immer stärker wachsende Schwankungen bemerkbar.

Gegeben seien die Daten

$$(1,0), (2,0), (3,0), (4,\varepsilon), (5,0), (6,0), (7,0) \text{ und } (8,0)$$

Führen Sie das Differenzenschema durch und beobachten Sie die Fortpflanzung des Fehlers ε .

Gegeben seien nun die Daten

$$(1.5, 0.07074), (1.6, -0.02920), (1.7, -0.12884), (1.8, -0.22770), (1.9, -0.32329), \\ (2, -0.41615) \text{ und } (2.1, -0.50485)$$

Ein Wert ist vermutlich falsch. Welcher? Wie muss dieser Wert ersetzt werden?

Aufgabe 22 (Ausreichend genaue Tabellierung)

Gegeben sei die Besselfunktion nullter Ordnung

$$J_0(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(x \sin(t)) dt.$$

$J_0(x)$ soll an den Knoten $x_i = x_0 + ih$, $i = 0, 1, 2, \dots$ tabelliert werden. Welche Schrittweite h ist zu wählen, damit bei kubischer Polynominterpolation mit dieser Tafel der (absolute) Fehler kleiner als 10^{-8} ist?

Aufgabe 23 (Verallgemeinerungen)

Gibt es ein Polynom f dritten Grades mit den folgenden Eigenschaften:

$$f(-1) = 1, f^{(1)}(-1) = 1, f^{(1)}(1) = 2 \text{ und } f(2) = 1?$$

Aufgabe 24

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 16 & -120 & 240 & -140 \\ -120 & 1200 & -2700 & 1680 \\ 240 & -2700 & 6480 & -4200 \\ -140 & 1680 & -4200 & 2800 \end{pmatrix}$$

Man stelle eine Dreieckszerlegung $A = LR$ mit dem Gauß-Eliminationsverfahren ohne Pivotsuche her.

Berechne mit der Zerlegung die Inverse von A (alle Rechnungen mit der Hand).