Übungen zu Numerische Mathematik
SS06
K. Taubert

Abgabe: 2.5.06 vor den Übungen

Aufgabe 13
Die reelle Nullstelle von

$$x^3 - x^2 - 1 = 0$$

in [1,2] soll über die Bisektionsmethode, die regula-falsi, die Sekantenmethode und dem Newton-Verfahren mit einem Fehler kleiner als 10^{-4} bestimmt werden. Geben Sie die Näherungswerte für jeden Schritt an und vergleichen Sie die Anzahl der Schritte um die gewünschte Genauigkeit zu erreichen.
Als Startwerte sollen die beiden Intervallenden gewählt werden. Beim Newton Verfahren der Intervallanfang.

Aufgabe 14
Gegeben sei die Funktion

$$F(x) = 1/\sqrt{1+x^2}$$

Auf dem Intervall [-5,5] soll diese Funktion durch ein Interpolationspolynom p_n mit äquidistanten Stützstellen vom Grade n = 5, 11, 21 und 51 ersetzt werden.
Plotten Sie die Differenz $F(x)-p_n(x)$ auf [-5,5] und beobachten Sie das Fehlerverhalten.
Wählen Sie nun als Stützstellen die entsprechenden n Tschebyscheff-Knoten und plotten Sie erneut die Differenz $F(x)-p_n(x)$.
Fassen Sie Ihre Beobachtungen in kurze Sätze zusammen.

Aufgabe 15
Die Funktion $f(x) = \cos(x)$ soll im Intervall [1,2] durch ein Interpolationspolynom mit äquidistanten Stützstellen ersetzt werden. Wie viele Stützstellen müssen genommen werden um einen Fehler $\approx 2.27 \cdot 10^{-13}$ zu erreichen?
Das Newton-Verfahren ist ein Verfahren der Ordnung 2. Berechnet man $x^* = \sqrt{2}$ als Nullstelle des Polynoms $x^2-2=0$ mit dem Newton Verfahren und dem Startwert $x_0 = 2$ dann zeigt der Quotient

$$\frac{|x^* - x_{n+1}|}{|x^* - x_n|^2} \qquad n = 0,1,2,3, \ldots\ldots$$

überhaupt nicht das „erwartete“ Verhalten! Wo liegt das Problem bzw. deren Lösung?