Übungen zu Numerische Mathematik
SS06
K. Taubert

Abgabe: 18.4.06 vor den Übungen

Aufgabe 7
Die vier reellen Nullstellen von

$$p(x) = 2401x^4-4184x^3+10059x^2+712236x+693792$$

sollen mit einem maximalen Fehler von 10^{-3} bestimmt werden.

Erklären Sie warum mit den folgenden Verfahren eine Nullstelle von p berechnet werden kann und benutzen Sie es zur Berechnung aller Nullstellen von p.

Gegeben seien reelle Zahlen $a<b$ mit $p(a)p(b)<0$

(i) berechne $c = (a+b)/2$ und $p(c)$
(ii) falls $p(c) = 0$ stop
(iii) falls $p(a)p(c)<0$ setze b.=c, sonst a.=c
(iv) stop falls b-a hinreichend klein, sonst gehe zu (i)

Hinweis:
Zur Bestimmung der Nullstellen verschaffen Sie sich zunächst einen Überblick über die Funktion auf dem Intervall [-30,30]. Dieses gelingt (?) mit dem MATLAB Programm

```
x = linspace(-30,30,600);
 %Unterteilt das Intervall [-30,30] in 600 äquidistante Punkte
p = [2401 –41846 100597 712236 693792];
 %p stellt das Polynom dar
y = polyval(p,x)
plot(x,y)
%Mit plot wird der Graph des Polynoms gezeichnet
```

(Falls keine klare Aussage erzielt wird, müssen gegebenenfalls kleinere Intervalle gewählt werden).

Mit dem Befehl pa = polyval(p,a) wird der Wert des Polynoms an der Stelle a bestimmt. Für vorgegebene Punkte a und b ergibt sich der Mittelpunkt c mit dem Befehl c = (a+b)/2.

Aufgabe 8
Gelegentlich werden bestimmte Polynome n-ten Grades auch in der Form

$$p(x) = c_0 +c_1(x-x_0)+c_2(x-x_0)(x-x_1)+c_3(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)+ \dots +c_n(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{n-1}).$$

dargestellt. Dabei sind die c_i aus **R** und die x_i paarweise verschiedene Punkte aus **R**.
Geben Sie ein Verfahren an, mit dem der Wert dieser Polynome an der Stelle x mit höchstens n Multiplikationen erfolgen kann.

Bestimmen Sie ein Polynom p_3 vom Grade 3, mit den folgenden Eigenschaften

$$p_3(1.5) = 0.07074$$
$$p_3(1.6) = -0.02920$$
$$p_3(1.7) = -0.12884$$

und bestimme den Wert dieses Polynoms an der Stelle 1.65.

Aufgabe 9

Bestimmen Sie die 2 und die 3-adische Darstellung der Zahl $711 = (711)_{10}$.
Bestimmen Sie die Zahl zur Basis 10 von

$$(1011001000)_2$$

und

$$(222102)_3$$