

# Numerik partieller Differentialgleichungen

## Blatt 8

**Aufgabe 23:** Zeigen Sie, dass der Verstärkungsfaktor des Richardson–Verfahrens

$$u_i^{j+1} = u_i^{j-1} + 2\lambda(u_{i+1}^j - 2u_i^j + u_{i-1}^j)$$

die Gleichung

$$\xi^2 + 8\xi\lambda \sin^2\left(\frac{1}{2}\beta h\right) - 1 = 0$$

erfüllt.

**Aufgabe 24:** Zeigen Sie, dass für das nichtlineare Verfahren

$$u_i^{j+1} = u_i^j + \lambda(a(u_{i+1}^j) - 2a(u_i^j) + a(u_{i-1}^j))$$

unter der Bedingung  $\lambda a'(u_i^j) \leq 1/2$  ein diskretes Maximumprinzip gilt.

**Aufgabe 25:** Implementieren Sie die beiden in der Vorlesung angegebenen Differenzenverfahren (nichtlinear und linearisiert) für das nichtlineare Anfangswertproblem

$$\begin{cases} u_t = (u^5)_{xx} & \text{in } \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+ \\ u(x, 0) = e^{-x} & \text{auf } \mathbb{R} \times \{t = 0\} \end{cases}$$