

# Einführung in die Mathematische Modellierung

– Vorlesungsskript Sommersemester 2010–

Jens Struckmeier

Department Mathematik  
Universität Hamburg

# Kapitel 1. Was ist mathematische Modellierung?

# Kapitel 1. Was ist mathematische Modellierung?

- ① **Von realen Fragestellungen zum mathematischen Modell – und zurück**

## ① **Von realen Fragestellungen zum mathematischen Modell – und zurück**

Reale Fragestellungen und der Modellierungskreislauf

# Kapitel 1. Was ist mathematische Modellierung?

- ① **Von realen Fragestellungen zum mathematischen Modell – und zurück**  
Reale Fragestellungen und der Modellierungskreislauf
- ② **Grundlegende Prinzipien der Modellierung**

# Kapitel 1. Was ist mathematische Modellierung?

## ① **Von realen Fragestellungen zum mathematischen Modell – und zurück**

Reale Fragestellungen und der Modellierungskreislauf

## ② **Grundlegende Prinzipien der Modellierung**

Die Hertz'schen Prinzipien, Leitlinien für den Modellierungskreislaufs

# Kapitel 1. Was ist mathematische Modellierung?

- ① **Von realen Fragestellungen zum mathematischen Modell – und zurück**  
Reale Fragestellungen und der Modellierungskreislauf
- ② **Grundlegende Prinzipien der Modellierung**  
Die Hertz'schen Prinzipien, Leitlinien für den Modellierungskreislaufs
- ③ **Klassifikation mathematischer Modelle**

# Kapitel 1. Was ist mathematische Modellierung?

## ① **Von realen Fragestellungen zum mathematischen Modell – und zurück**

Reale Fragestellungen und der Modellierungskreislauf

## ② **Grundlegende Prinzipien der Modellierung**

Die Hertz'schen Prinzipien, Leitlinien für den Modellierungskreislaufs

## ③ **Klassifikation mathematischer Modelle**

Black-, White- und Grey-Modelle, Deterministisch–Stochastisch, Diskret–Kontinuierlich

# Kapitel 1. Was ist mathematische Modellierung?

- ① **Von realen Fragestellungen zum mathematischen Modell – und zurück**  
Reale Fragestellungen und der Modellierungskreislauf
- ② **Grundlegende Prinzipien der Modellierung**  
Die Hertz'schen Prinzipien, Leitlinien für den Modellierungskreislaufs
- ③ **Klassifikation mathematischer Modelle**  
Black-, White- und Grey-Modelle, Deterministisch–Stochastisch, Diskret–Kontinuierlich
- ④ **Simulationswerkzeuge**

# Kapitel 1. Was ist mathematische Modellierung?

- ➊ **Von realen Fragestellungen zum mathematischen Modell – und zurück**  
Reale Fragestellungen und der Modellierungskreislauf
- ➋ **Grundlegende Prinzipien der Modellierung**  
Die Hertz'schen Prinzipien, Leitlinien für den Modellierungskreislaufs
- ➌ **Klassifikation mathematischer Modelle**  
Black-, White- und Grey-Modelle, Deterministisch–Stochastisch, Diskret–Kontinuierlich
- ➍ **Simulationswerkzeuge**  
MATLAB und Simulink, MAPLE

# Kapitel 1. Was ist mathematische Modellierung?

- ➊ **Von realen Fragestellungen zum mathematischen Modell – und zurück**  
Reale Fragestellungen und der Modellierungskreislauf
- ➋ **Grundlegende Prinzipien der Modellierung**  
Die Hertz'schen Prinzipien, Leitlinien für den Modellierungskreislaufs
- ➌ **Klassifikation mathematischer Modelle**  
Black-, White- und Grey-Modelle, Deterministisch–Stochastisch, Diskret–Kontinuierlich
- ➍ **Simulationswerkzeuge**  
MATLAB und Simulink, MAPLE
- ➎ **Modellierungsaufgaben und –beispiele**

# Kapitel 1. Was ist mathematische Modellierung?

- ➊ **Von realen Fragestellungen zum mathematischen Modell – und zurück**  
Reale Fragestellungen und der Modellierungskreislauf
- ➋ **Grundlegende Prinzipien der Modellierung**  
Die Hertz'schen Prinzipien, Leitlinien für den Modellierungskreislaufs
- ➌ **Klassifikation mathematischer Modelle**  
Black-, White- und Grey-Modelle, Deterministisch–Stochastisch, Diskret–Kontinuierlich
- ➍ **Simulationswerkzeuge**  
MATLAB und Simulink, MAPLE
- ➎ **Modellierungsaufgaben und –beispiele**  
Waldbewirtschaftung, Mäusepopulation, Abmagerungskur

# 1. Von realen Fragestellungen zum mathematischen Modell – und zurück

# 1. Von realen Fragestellungen zum mathematischen Modell – und zurück

Was versteht man unter dem Begriff **Mathematische Modellierung**?

# 1. Von realen Fragestellungen zum mathematischen Modell – und zurück

Was versteht man unter dem Begriff **Mathematische Modellierung**?

Eine pragmatische Beschreibung findet man etwa bei dem holländischen angewandten Mathematiker Sjoerd Rienstra

# 1. Von realen Fragestellungen zum mathematischen Modell – und zurück

Was versteht man unter dem Begriff **Mathematische Modellierung**?

Eine pragmatische Beschreibung findet man etwa bei dem holländischen angewandten Mathematiker Sjoerd Rienstra

*(Mathematical modeling means) describing a real–world problem in a mathematical way by what is called a model, such that it becomes possible to deploy mathematical tools for its solution. The accuracy of the description should be limited, in order to make the model not unnecessarily complex.*

# Der Begriff “Mathematisches Modell”

# Der Begriff “Mathematisches Modell”

In den Naturwissenschaften bedient man sich bereits seit Jahrhunderten mathematischer Modelle. So schreibt Kant im Jahr 1796:

# Der Begriff “Mathematisches Modell”

In den Naturwissenschaften bedient man sich bereits seit Jahrhunderten mathematischer Modelle. So schreibt Kant im Jahr 1796:

*dass in jeder besonderen Naturlehre nur so viel eigentliche Wissenschaft angetroffen werden könne, als darin Mathematik anzutreffen ist.*

**(Das Kant'sche Diktum)**

# Der Begriff “Mathematisches Modell”

In den Naturwissenschaften bedient man sich bereits seit Jahrhunderten mathematischer Modelle. So schreibt Kant im Jahr 1796:

*dass in jeder besonderen Naturlehre nur so viel eigentliche Wissenschaft angetroffen werden könne, als darin Mathematik anzutreffen ist.*

**(Das Kant'sche Diktum)**

In der Tat werden seit jeher physikalische Gesetzmäßigkeiten in der Sprache der Mathematik formuliert.

# Der Begriff “Mathematisches Modell”

In den Naturwissenschaften bedient man sich bereits seit Jahrhunderten mathematischer Modelle. So schreibt Kant im Jahr 1796:

*dass in jeder besonderen Naturlehre nur so viel eigentliche Wissenschaft angetroffen werden könne, als darin Mathematik anzutreffen ist.*

**(Das Kant'sche Diktum)**

In der Tat werden seit jeher physikalische Gesetzmäßigkeiten in der Sprache der Mathematik formuliert.

So bewegt sich etwa die moderne Disziplin *Mathematische Physik* stets im Grenzgebiet zwischen Mathematik und Physik.

# Reale Fragestellungen

# Reale Fragestellungen

Seit Ende des 19. Jahrhunderts werden mathematische Modelle zunehmend aber auch in den sogenannten **weichen** Wissenschaften eingesetzt, also den Lebens- und Sozialwissenschaften.

# Reale Fragestellungen

Seit Ende des 19. Jahrhunderts werden mathematische Modelle zunehmend aber auch in den sogenannten **weichen** Wissenschaften eingesetzt, also den Lebens- und Sozialwissenschaften.

Unter **realen Fragestellungen** wollen wir aber mehr verstehen als ein durch eine **Wissenschaft** definiertes Problem:

# Reale Fragestellungen

Seit Ende des 19. Jahrhunderts werden mathematische Modelle zunehmend aber auch in den sogenannten **weichen** Wissenschaften eingesetzt, also den Lebens- und Sozialwissenschaften.

Unter **realen Fragestellungen** wollen wir aber mehr verstehen als ein durch eine **Wissenschaft** definiertes Problem:

*Wie groß muss eine Parklücke beim Einparken sein? Wieviel Liter Farbe braucht ein Maler zum Neuanstrich einer Hausfassade? Wie legt eine Billigfluglinie ihre Preise fest? Wie sollte eine Autobahnausfahrt konstruiert sein? Wie kann ein durch die Konkurrenz bedrohter Betreiber eines Internet-Cafes seine Gebühren festlegen?*

# Der Modellierungskreislauf

**Schematische Darstellung des Modellierungsprozesses.**

**reales Problem**

**Schematische Darstellung des Modellierungsprozesses.**

# Der Modellierungskreislauf



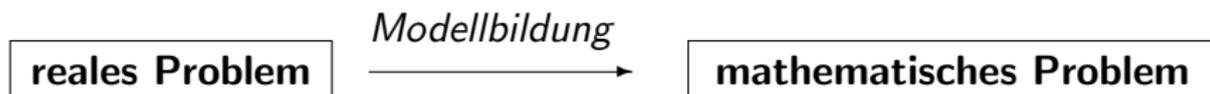
**Schematische Darstellung des Modellierungsprozesses.**

# Der Modellierungskreislauf



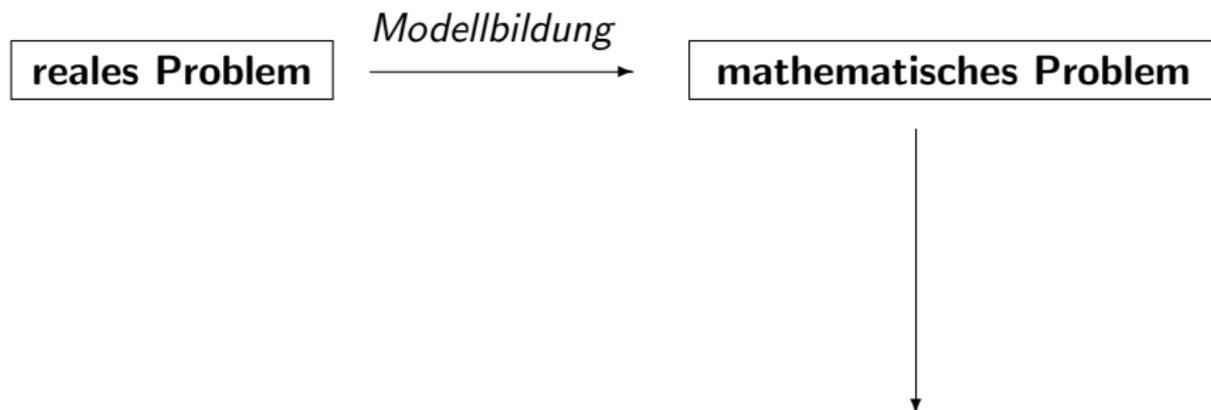
**Schematische Darstellung des Modellierungsprozesses.**

# Der Modellierungskreislauf



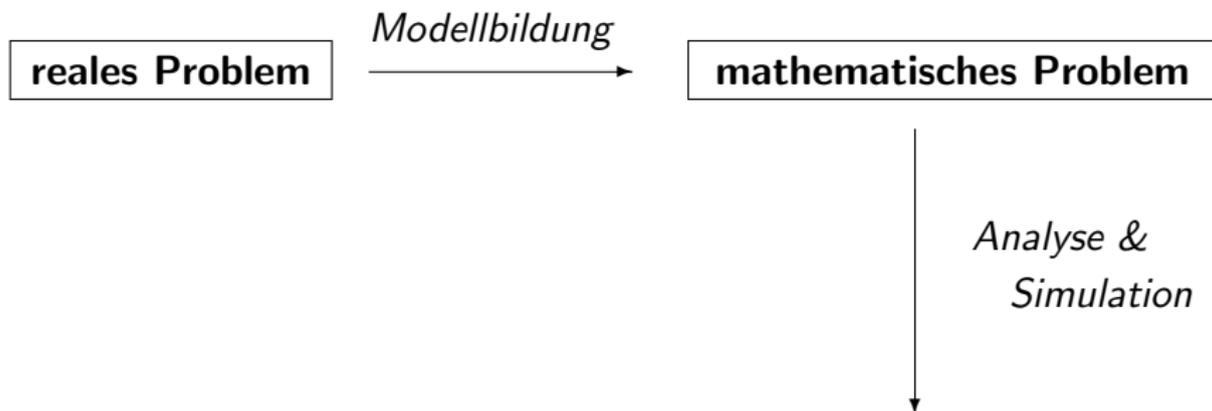
**Schematische Darstellung des Modellierungsprozesses.**

# Der Modellierungskreislauf



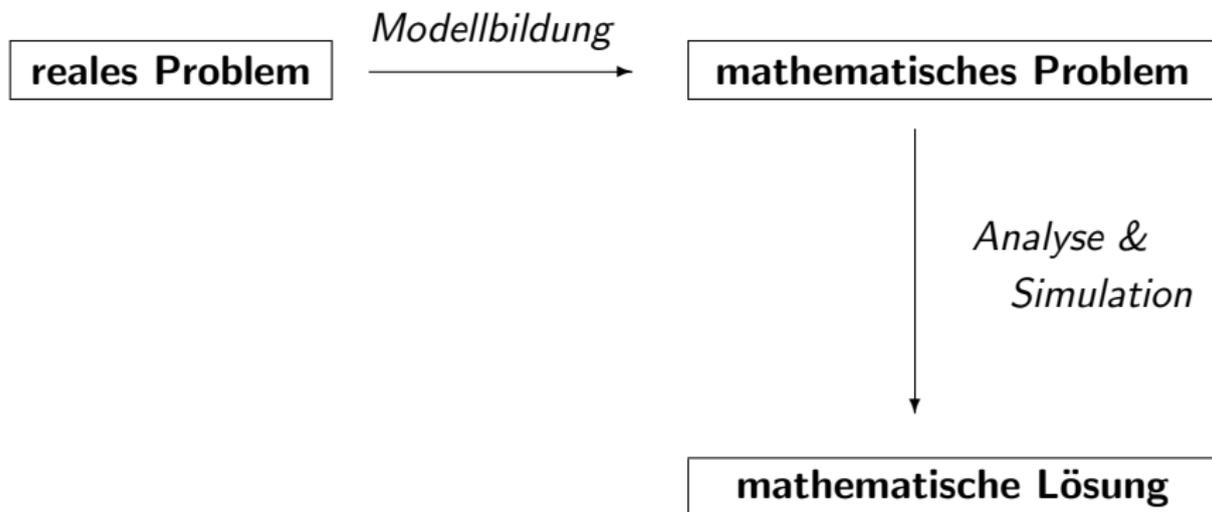
**Schematische Darstellung des Modellierungsprozesses.**

# Der Modellierungskreislauf



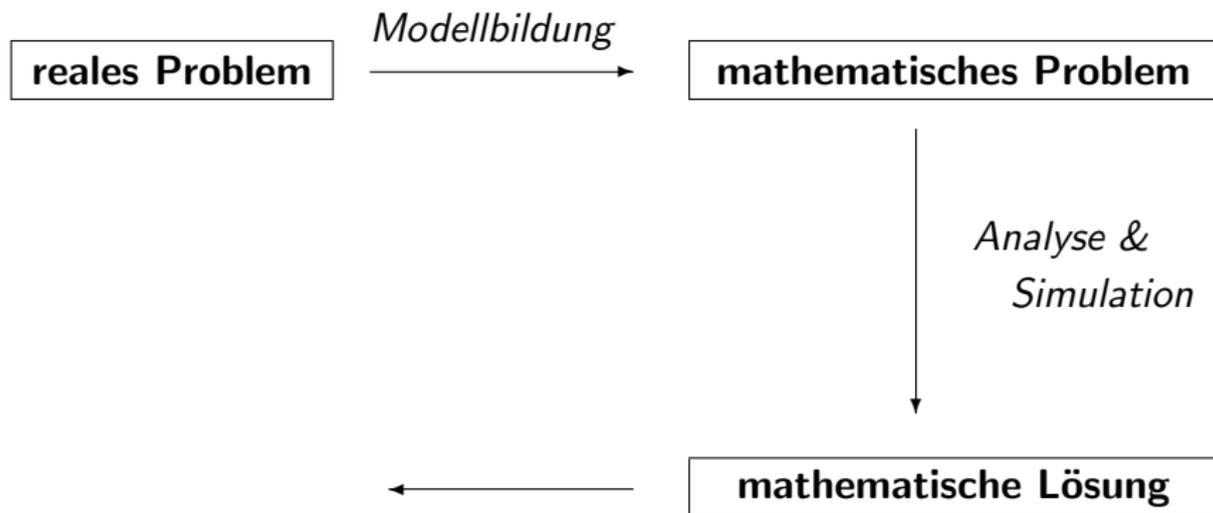
**Schematische Darstellung des Modellierungsprozesses.**

# Der Modellierungskreislauf



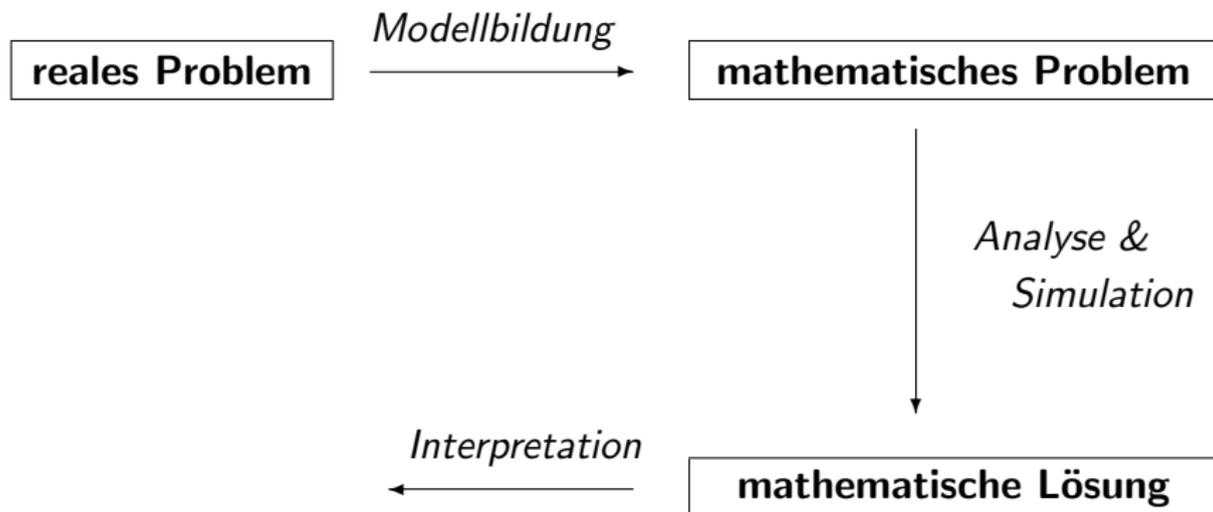
**Schematische Darstellung des Modellierungsprozesses.**

# Der Modellierungskreislauf



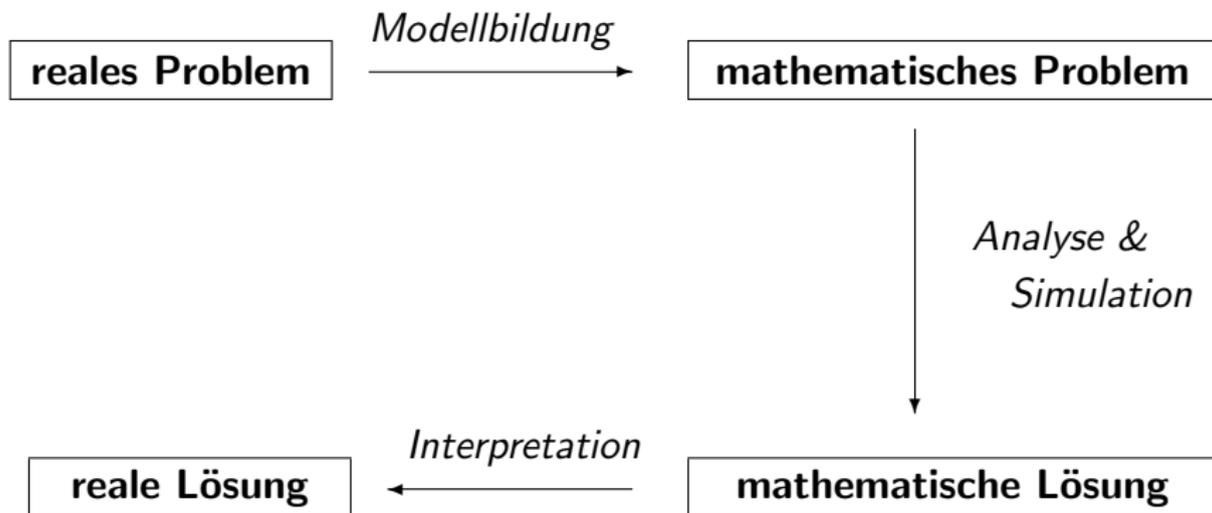
**Schematische Darstellung des Modellierungsprozesses.**

# Der Modellierungskreislauf



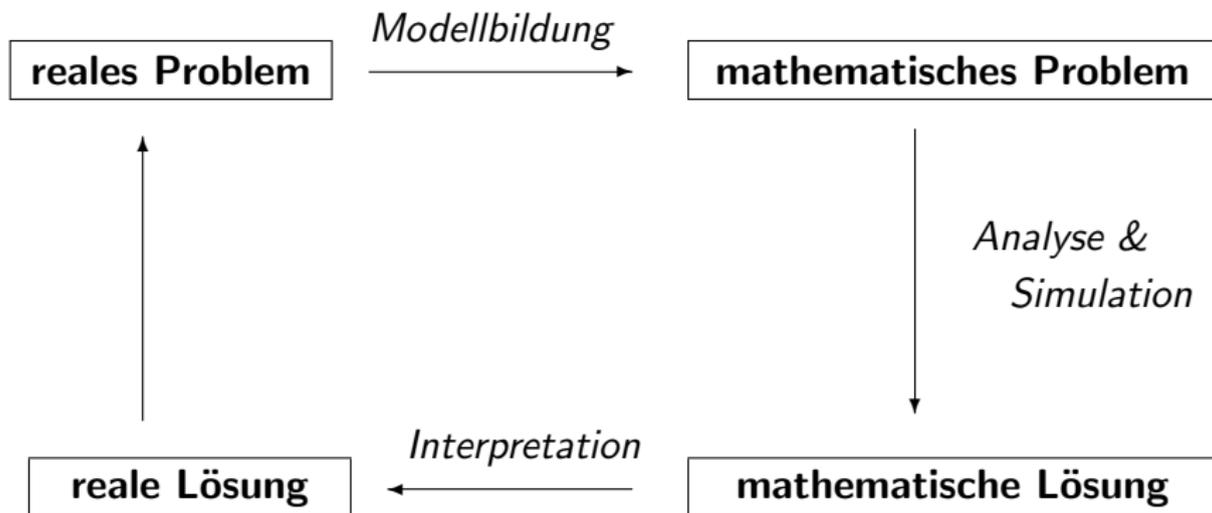
**Schematische Darstellung des Modellierungsprozesses.**

# Der Modellierungskreislauf



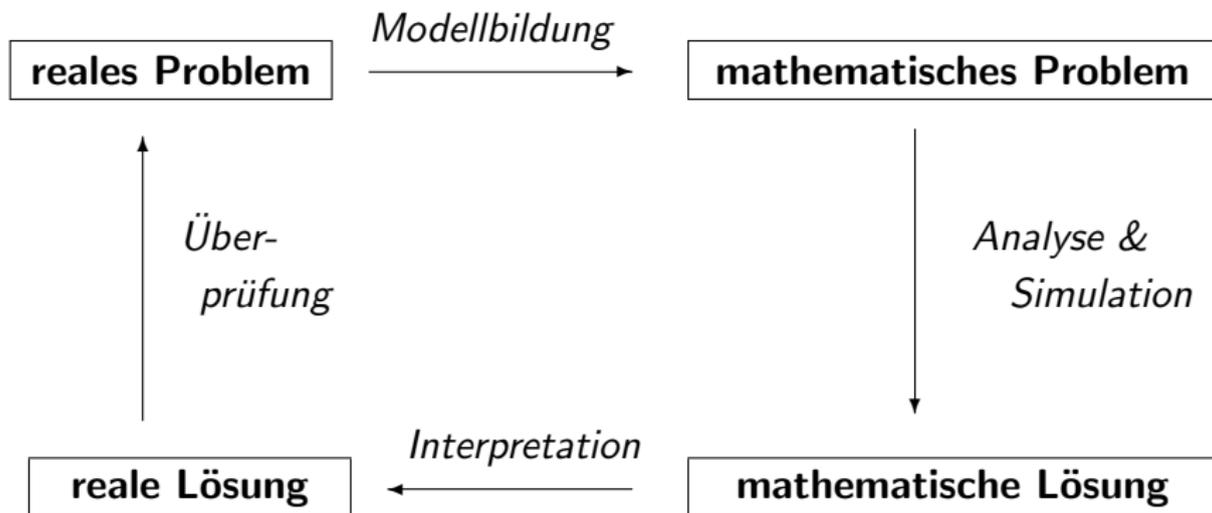
**Schematische Darstellung des Modellierungsprozesses.**

# Der Modellierungskreislauf



**Schematische Darstellung des Modellierungsprozesses.**

# Der Modellierungskreislauf



**Schematische Darstellung des Modellierungsprozesses.**

## 2. Grundlegende Prinzipien der Modellierung

## 2. Grundlegende Prinzipien der Modellierung

Der Begriff “Mathematisches Modell” wurde wesentlich geprägt von dem Physiker

## 2. Grundlegende Prinzipien der Modellierung

Der Begriff “Mathematisches Modell” wurde wesentlich geprägt von dem Physiker

**Heinrich Hertz**

(geb. 22.2.1857 in Hamburg, gest. 1.1.1894 in Bonn)

## 2. Grundlegende Prinzipien der Modellierung

Der Begriff “Mathematisches Modell” wurde wesentlich geprägt von dem Physiker

**Heinrich Hertz**

(geb. 22.2.1857 in Hamburg, gest. 1.1.1894 in Bonn)

Sinngemäßer Auszug aus den **Prinzipien der Mechanik**:

## 2. Grundlegende Prinzipien der Modellierung

Der Begriff “Mathematisches Modell” wurde wesentlich geprägt von dem Physiker

### Heinrich Hertz

(geb. 22.2.1857 in Hamburg, gest. 1.1.1894 in Bonn)

Sinngemäßer Auszug aus den **Prinzipien der Mechanik**:

*mathematische Modelle müssen richtig sein, d.h. das gegebene Problem korrekt beschreiben. Sie müssen in sich widerspruchsfrei sein, also logisch zulässig. Mathematische Modelle sind nie eindeutig, i.a. existieren mehrere richtige und widerspruchsfreie Modelle des gleichen Problems. Von diesen wähle man das ökonomischste aus, d.h. jenes, welches den geringsten Aufwand erfordert.*

# Die Hertz'schen Prinzipien

# Die Hertz'schen Prinzipien

Ein mathematisches Modell sollte drei wesentliche Kriterien erfüllen:

# Die Hertz'schen Prinzipien

Ein mathematisches Modell sollte drei wesentliche Kriterien erfüllen:

- 1 **Richtigkeit**

# Die Hertz'schen Prinzipien

Ein mathematisches Modell sollte drei wesentliche Kriterien erfüllen:

## ① **Richtigkeit**

Die Richtigkeit von Modellen läßt sich im mathematischen Sinne nicht *beweisen*, sondern nur an Experimenten überprüfen und bei negativem Ausgang widerlegen. Umgekehrt folgt aus der Übereinstimmung mit experimentellen Beobachtungen allenfalls eine Art *vorläufige Richtigkeit* bis zum Beweis des Gegenteils im nächsten Experiment.

# Die Hertz'schen Prinzipien

Ein mathematisches Modell sollte drei wesentliche Kriterien erfüllen:

## ① **Richtigkeit**

Die Richtigkeit von Modellen läßt sich im mathematischen Sinne nicht *beweisen*, sondern nur an Experimenten überprüfen und bei negativem Ausgang widerlegen. Umgekehrt folgt aus der Übereinstimmung mit experimentellen Beobachtungen allenfalls eine Art *vorläufige Richtigkeit* bis zum Beweis des Gegenteils im nächsten Experiment.

## ② **Zulässigkeit**

# Die Hertz'schen Prinzipien

Ein mathematisches Modell sollte drei wesentliche Kriterien erfüllen:

## ① **Richtigkeit**

Die Richtigkeit von Modellen läßt sich im mathematischen Sinne nicht *beweisen*, sondern nur an Experimenten überprüfen und bei negativem Ausgang widerlegen. Umgekehrt folgt aus der Übereinstimmung mit experimentellen Beobachtungen allenfalls eine Art *vorläufige Richtigkeit* bis zum Beweis des Gegenteils im nächsten Experiment.

## ② **Zulässigkeit**

Ein Modell ist (logisch) zulässig, wenn es auf eindeutige Weise formuliert ist und keine Widersprüche enthält. Dieses Kriterium korrespondiert zur mathematischen Widerspruchsfreiheit, seine Überprüfung ist insofern ein innermathematisches Problem und beinhaltet etwa, dass das Modell tatsächlich eine mathematische Lösung besitzt.

# Die Hertz'schen Prinzipien (Fortsetzung)

# Die Hertz'schen Prinzipien (Fortsetzung)

## ③ Zweckmäßigkeit

## 3 Zweckmäßigkeit

Ein Modell ist zweckmäßig, wenn es keine für das behandelte Problem überflüssigen Anteile enthält, die es unnötig komplizieren. Von zwei richtigen und zulässigen Modellen für dasselbe reale Problem ist das einfachere vorzuziehen, oder anders gesagt: Ein Modell sollte so einfach wie möglich und so kompliziert wie nötig sein. Welcher Komplexitätsgrad nötig ist, hängt auch davon ab, welche Ziele mit dem Modell erreicht werden sollen.

## 3 Zweckmäßigkeit

Ein Modell ist zweckmäßig, wenn es keine für das behandelte Problem überflüssigen Anteile enthält, die es unnötig komplizieren. Von zwei richtigen und zulässigen Modellen für dasselbe reale Problem ist das einfachere vorzuziehen, oder anders gesagt: Ein Modell sollte so einfach wie möglich und so kompliziert wie nötig sein. Welcher Komplexitätsgrad nötig ist, hängt auch davon ab, welche Ziele mit dem Modell erreicht werden sollen.

**Zentrale Frage:**

## 3 Zweckmäßigkeit

Ein Modell ist zweckmäßig, wenn es keine für das behandelte Problem überflüssigen Anteile enthält, die es unnötig komplizieren. Von zwei richtigen und zulässigen Modellen für dasselbe reale Problem ist das einfachere vorzuziehen, oder anders gesagt: Ein Modell sollte so einfach wie möglich und so kompliziert wie nötig sein. Welcher Komplexitätsgrad nötig ist, hängt auch davon ab, welche Ziele mit dem Modell erreicht werden sollen.

### Zentrale Frage:

Kann man eine allgemeine Methodik angeben, die gewährleistet im Laufe des Modellierungskreislaufs ein Modell zu entwickeln, das den Hertz'schen Prinzipien genügt?

# Leitlinien für den Modellierungskreislauf

---

<sup>1</sup>Vom realen Problem zum mathematischen Modell

<sup>2</sup>Vom mathematischen Problem zu seiner Lösung

## 1 Modellentwicklung<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>Vom realen Problem zum mathematischen Modell

<sup>2</sup>Vom mathematischen Problem zu seiner Lösung

## ① Modellentwicklung<sup>1</sup>

Worin besteht das reale Problem?, Gesetzmäßigkeiten, Übertragen von Ansätzen aus bekannten Modellen, Benötigte und überflüssige Informationen, Modellvariablen und –parameter

---

<sup>1</sup>Vom realen Problem zum mathematischen Modell

<sup>2</sup>Vom mathematischen Problem zu seiner Lösung

# Leitlinien für den Modellierungskreislauf

## ① Modellentwicklung<sup>1</sup>

Worin besteht das reale Problem?, Gesetzmäßigkeiten, Übertragen von Ansätzen aus bekannten Modellen, Benötigte und überflüssige Informationen, Modellvariablen und –parameter

## ② Analyse und Simulation<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup>Vom realen Problem zum mathematischen Modell

<sup>2</sup>Vom mathematischen Problem zu seiner Lösung

# Leitlinien für den Modellierungskreislauf

## ① Modellentwicklung<sup>1</sup>

Worin besteht das reale Problem?, Gesetzmäßigkeiten, Übertragen von Ansätzen aus bekannten Modellen, Benötigte und überflüssige Informationen, Modellvariablen und –parameter

## ② Analyse und Simulation<sup>2</sup>

Das reale Problem nicht vergessen!, Analytische Lösungen und qualitatives Modellverhalten, Spezialfälle und Vereinfachungen, Modellreduktion, Computersimulationen und Parameterstudien

---

<sup>1</sup>Vom realen Problem zum mathematischen Modell

<sup>2</sup>Vom mathematischen Problem zu seiner Lösung

# Leitlinien für den Modellierungskreislauf

## 1 Modellentwicklung<sup>1</sup>

Worin besteht das reale Problem?, Gesetzmäßigkeiten, Übertragen von Ansätzen aus bekannten Modellen, Benötigte und überflüssige Informationen, Modellvariablen und –parameter

## 2 Analyse und Simulation<sup>2</sup>

Das reale Problem nicht vergessen!, Analytische Lösungen und qualitatives Modellverhalten, Spezialfälle und Vereinfachungen, Modellreduktion, Computersimulationen und Parameterstudien

## 3 Interpretation und Validierung des Modells

---

<sup>1</sup>Vom realen Problem zum mathematischen Modell

<sup>2</sup>Vom mathematischen Problem zu seiner Lösung

# Leitlinien für den Modellierungskreislauf

## 1 Modellentwicklung<sup>1</sup>

Worin besteht das reale Problem?, Gesetzmäßigkeiten, Übertragen von Ansätzen aus bekannten Modellen, Benötigte und überflüssige Informationen, Modellvariablen und –parameter

## 2 Analyse und Simulation<sup>2</sup>

Das reale Problem nicht vergessen!, Analytische Lösungen und qualitatives Modellverhalten, Spezialfälle und Vereinfachungen, Modellreduktion, Computersimulationen und Parameterstudien

## 3 Interpretation und Validierung des Modells

Interpretierbarkeit von Ergebnissen, Visualisierung der Ergebnisse, Vergleich mit Beobachtungsdaten und Experimenten

---

<sup>1</sup>Vom realen Problem zum mathematischen Modell

<sup>2</sup>Vom mathematischen Problem zu seiner Lösung

# Leitlinien bei der Modellentwicklung

## ① **Worin besteht das reale Problem?**

## ① **Worin besteht das reale Problem?**

Zunächst muss versucht werden die reale Fragestellung möglichst präzise herauszuarbeiten.

## ① **Worin besteht das reale Problem?**

Zunächst muss versucht werden die reale Fragestellung möglichst präzise herauszuarbeiten.

Was ist wesentlich, was unwesentlich?

## ① **Worin besteht das reale Problem?**

Zunächst muss versucht werden die reale Fragestellung möglichst präzise herauszuarbeiten.

Was ist wesentlich, was unwesentlich?

Welche Ziele sollen erreicht werden?

## ① **Worin besteht das reale Problem?**

Zunächst muss versucht werden die reale Fragestellung möglichst präzise herauszuarbeiten.

Was ist wesentlich, was unwesentlich?

Welche Ziele sollen erreicht werden?

Wie genau müssen im Rahmen dieser Ziele die Antworten sein?

## 1 **Worin besteht das reale Problem?**

Zunächst muss versucht werden die reale Fragestellung möglichst präzise herauszuarbeiten.

Was ist wesentlich, was unwesentlich?

Welche Ziele sollen erreicht werden?

Wie genau müssen im Rahmen dieser Ziele die Antworten sein?

Oft zeigt sich, dass eine an sich als klar erscheinende Problemstellung alles andere als klar ist.

## 1 **Worin besteht das reale Problem?**

Zunächst muss versucht werden die reale Fragestellung möglichst präzise herauszuarbeiten.

Was ist wesentlich, was unwesentlich?

Welche Ziele sollen erreicht werden?

Wie genau müssen im Rahmen dieser Ziele die Antworten sein?

Oft zeigt sich, dass eine an sich als klar erscheinende Problemstellung alles andere als klar ist.

Insbesondere in den “weichen” Wissenschaften ist die Präzisierung der Fragen manchmal schon der wesentliche Nutzen mathematischer Modellierung.

# Leitlinien bei der Modellentwicklung (Fortsetzung)

## ② Gesetzmäßigkeiten

## ② Gesetzmäßigkeiten

Durch welche Gesetzmäßigkeiten ist das reale Problem bestimmt?

## ② **Gesetzmäßigkeiten**

Durch welche Gesetzmäßigkeiten ist das reale Problem bestimmt?  
Und wie lassen sie sich in mathematischer Sprache fassen?

## ② Gesetzmäßigkeiten

Durch welche Gesetzmäßigkeiten ist das reale Problem bestimmt?  
Und wie lassen sie sich in mathematischer Sprache fassen?

Sofern das Problem in Zusammenhang mit einer anderen Wissenschaft steht, ist es in der Regel bereits “theoretisch vorbelastet”.

## ② Gesetzmäßigkeiten

Durch welche Gesetzmäßigkeiten ist das reale Problem bestimmt?  
Und wie lassen sie sich in mathematischer Sprache fassen?

Sofern das Problem in Zusammenhang mit einer anderen Wissenschaft steht, ist es in der Regel bereits “theoretisch vorbelastet”.

Welche Vorstellungen hat die Substanzwissenschaft von den zu Grund liegenden Gesetzmäßigkeiten?

## 2 Gesetzmäßigkeiten

Durch welche Gesetzmäßigkeiten ist das reale Problem bestimmt?  
Und wie lassen sie sich in mathematischer Sprache fassen?

Sofern das Problem in Zusammenhang mit einer anderen Wissenschaft steht, ist es in der Regel bereits “theoretisch vorbelastet”.

Welche Vorstellungen hat die Substanzwissenschaft von den zu Grund liegenden Gesetzmäßigkeiten?

Wie weit liegen sie bereits in mathematisierter Form vor?

## ② Gesetzmäßigkeiten

Durch welche Gesetzmäßigkeiten ist das reale Problem bestimmt?  
Und wie lassen sie sich in mathematischer Sprache fassen?

Sofern das Problem in Zusammenhang mit einer anderen Wissenschaft steht, ist es in der Regel bereits “theoretisch vorbelastet”.

Welche Vorstellungen hat die Substanzwissenschaft von den zu Grund liegenden Gesetzmäßigkeiten?

Wie weit liegen sie bereits in mathematisierter Form vor?

**Und:** Was läßt sich davon nutzbar machen?

# Leitlinien bei der Modellentwicklung (Fortsetzung)

## ③ Übertragen von Ansätzen aus bekannten Modellen

## ③ Übertragen von Ansätzen aus bekannten Modellen

Gibt es bereits mathematische Modelle für ähnliche Probleme?

## 3 Übertragen von Ansätzen aus bekannten Modellen

Gibt es bereits mathematische Modelle für ähnliche Probleme?

Wurde ein Teilproblem bereits anderswo modelliert?

## 3 Übertragen von Ansätzen aus bekannten Modellen

Gibt es bereits mathematische Modelle für ähnliche Probleme?

Wurde ein Teilproblem bereits anderswo modelliert?

Gibt es strukturelle Analogien zu Fragestellungen aus ganz anderen Wissensbereichen?

## 3 Übertragen von Ansätzen aus bekannten Modellen

Gibt es bereits mathematische Modelle für ähnliche Probleme?

Wurde ein Teilproblem bereits anderswo modelliert?

Gibt es strukturelle Analogien zu Fragestellungen aus ganz anderen Wissensbereichen?

Läßt sich beispielsweise ein physikalisches oder mechanisches Modell für das Problem formulieren?

# Leitlinien bei der Modellentwicklung (Fortsetzung)

## ④ Benötigte und überflüssige Informationen

## 4 Benötigte und überflüssige Informationen

Welche Informationen (Daten) werden benötigt?

## 4 Benötigte und überflüssige Informationen

Welche Informationen (Daten) werden benötigt?

Welche sind vorhanden, welche davon ggf. überflüssig, welche müssen erst noch beschafft werden? Wie sicher sind diese Informationen?

## 4 Benötigte und überflüssige Informationen

Welche Informationen (Daten) werden benötigt?

Welche sind vorhanden, welche davon ggf. überflüssig, welche müssen erst noch beschafft werden? Wie sicher sind diese Informationen?

“Modelliererinnen” sollten generell nicht davon ausgehen, dass der “Anwender” von sich aus weiß, was wichtig ist und was nicht.

## 4 Benötigte und überflüssige Informationen

Welche Informationen (Daten) werden benötigt?

Welche sind vorhanden, welche davon ggf. überflüssig, welche müssen erst noch beschafft werden? Wie sicher sind diese Informationen?

“Modelliererinnen” sollten generell nicht davon ausgehen, dass der “Anwender” von sich aus weiß, was wichtig ist und was nicht.

Modellierungsprozesse haben manchmal nur die Funktion, empirische Untersuchungen anzuregen, auf die ohne den Versuch der Mathematisierung aber niemand gekommen wäre.

# Leitlinien bei der Modellentwicklung (Fortsetzung)

## 5 Modellvariablen und Modellparameter

## 5 Modellvariablen und Modellparameter

Durch welche Variablen soll das Modell beschrieben werden? Welche extern vorgegebenen Parameter gehen in das Problem ein? Welche inhaltliche Bedeutung haben sie? Wie genau lassen sie sich bestimmen? Welche Variationsbreite haben sie?

## 5 Modellvariablen und Modellparameter

Durch welche Variablen soll das Modell beschrieben werden? Welche extern vorgegebenen Parameter gehen in das Problem ein? Welche inhaltliche Bedeutung haben sie? Wie genau lassen sie sich bestimmen? Welche Variationsbreite haben sie?

Was sind die Maßeinheiten von Variablen und Parametern? Mit den Maßeinheiten lassen sich die in das Modell eingehenden Terme einer ersten Konsistenzprüfung unterziehen: Ein Term beispielsweise, der aus einer Summe von Größen mit verschiedenen Maßeinheiten besteht, ist sinnlos.

# Leitlinien bei der Analyse und Simulation

- 1 **Das reale Problem nicht vergessen!**

## ① Das reale Problem nicht vergessen!

Für den Weg vom mathematischen Problem zu seiner Lösung stehen natürlich alle mathematischen Werkzeuge zur Verfügung, und es scheint sich hier um ein rein innermathematisches Vorgehen zu handeln.

## ① Das reale Problem nicht vergessen!

Für den Weg vom mathematischen Problem zu seiner Lösung stehen natürlich alle mathematischen Werkzeuge zur Verfügung, und es scheint sich hier um ein rein innermathematisches Vorgehen zu handeln.

Man sollte dennoch das real zu lösende Problem in Erinnerung behalten, da es auch als Leitfaden für den mathematisch zu beschreitenden Weg dienen kann.

# Leitlinien bei der Analyse und Simulation (Fortsetzung)

## ② Analytische Lösungen und qualitatives Modellverhalten

## ② Analytische Lösungen und qualitatives Modellverhalten

Läßt sich das Modellverhalten auf analytischem Weg zumindest qualitativ bestimmen? Gibt es (im regelhaft nicht erreichbaren Idealfall) eine geschlossene Formel für die Lösung?

## 2 Analytische Lösungen und qualitatives Modellverhalten

Läßt sich das Modellverhalten auf analytischem Weg zumindest qualitativ bestimmen? Gibt es (im regelhaft nicht erreichbaren Idealfall) eine geschlossene Formel für die Lösung?

## 3 Spezialfälle und Vereinfachungen, Modellreduktion

## 2 Analytische Lösungen und qualitatives Modellverhalten

Läßt sich das Modellverhalten auf analytischem Weg zumindest qualitativ bestimmen? Gibt es (im regelhaft nicht erreichbaren Idealfall) eine geschlossene Formel für die Lösung?

## 3 Spezialfälle und Vereinfachungen, Modellreduktion

Läßt sich eine Lösung zumindest für spezielle Fälle lösen? Gibt es einfachere, aber ähnliche Probleme (z.B. mit geringerer Dimension), die sich analytisch lösen lassen?

## 2 Analytische Lösungen und qualitatives Modellverhalten

Läßt sich das Modellverhalten auf analytischem Weg zumindest qualitativ bestimmen? Gibt es (im regelhaft nicht erreichbaren Idealfall) eine geschlossene Formel für die Lösung?

## 3 Spezialfälle und Vereinfachungen, Modellreduktion

Läßt sich eine Lösung zumindest für spezielle Fälle lösen? Gibt es einfachere, aber ähnliche Probleme (z.B. mit geringerer Dimension), die sich analytisch lösen lassen?

Man sollte stets versuchen, die Anzahl der Modellparameter zu reduzieren, zum Beispiel durch passende Wahl der Maßeinheiten und dimensionslose Schreibweise des Problems.

# Leitlinien bei der Analyse und Simulation (Fortsetzung)

## ④ **Computersimulationen und Parameterstudien**

## ④ **Computersimulationen und Parameterstudien**

Für Computersimulationen ist es nötig, alle Modellparameter mit numerischen Zahlenwerten zu belegen. Sofern diese nicht bekannt sind, müssen sie auf geeignete Weise variiert werden.

## 4 Computersimulationen und Parameterstudien

Für Computersimulationen ist es nötig, alle Modellparameter mit numerischen Zahlenwerten zu belegen. Sofern diese nicht bekannt sind, müssen sie auf geeignete Weise variiert werden.

Das geht nicht für unbegrenzt viele, hier liegt die Bedeutung der vorausgegangenen Reduktion ihrer Anzahl. Darüber hinaus ist es vielleicht möglich, weitere Parameter auf Grund der realen Gegebenheiten festzulegen.

## 4 Computersimulationen und Parameterstudien

Für Computersimulationen ist es nötig, alle Modellparameter mit numerischen Zahlenwerten zu belegen. Sofern diese nicht bekannt sind, müssen sie auf geeignete Weise variiert werden.

Das geht nicht für unbegrenzt viele, hier liegt die Bedeutung der vorausgegangenen Reduktion ihrer Anzahl. Darüber hinaus ist es vielleicht möglich, weitere Parameter auf Grund der realen Gegebenheiten festzulegen.

Welche der zu variierenden Parameter sind kritisch, d.h. von welchen hängt das Modellverhalten sensitiv ab?

# Leitlinien bei der Interpretation und Validierung

## ① Interpretierbarkeit von Ergebnissen

## 1 Interpretierbarkeit von Ergebnissen

Lassen sich die gefundenen mathematischen Ergebnisse und die mathematischen Voraussetzungen, unter denen sie gelten, überhaupt real deuten?

## 1 Interpretierbarkeit von Ergebnissen

Lassen sich die gefundenen mathematischen Ergebnisse und die mathematischen Voraussetzungen, unter denen sie gelten, überhaupt real deuten?

Sind Ergebnisse und Voraussetzungen realistisch? Liegen die gefundenen Lösungen im interpretierbaren Bereich, werden beispielweise Bestandsgrößen nicht negativ?

## 1 Interpretierbarkeit von Ergebnissen

Lassen sich die gefundenen mathematischen Ergebnisse und die mathematischen Voraussetzungen, unter denen sie gelten, überhaupt real deuten?

Sind Ergebnisse und Voraussetzungen realistisch? Liegen die gefundenen Lösungen im interpretierbaren Bereich, werden beispielweise Bestandsgrößen nicht negativ?

Lässt sich das analytisch oder qua Computersimulation gefundene Modellverhalten in der Sprache der realen Fragestellung ausdrücken?

# Leitlinien bei der Interpretation und Validierung

## ② Visualisierung der Ergebnisse

## ② Visualisierung der Ergebnisse

Man sollte die Ergebnisse in eine Form bringen, die überblickt und interpretiert werden kann! Bei einem ungeordneten Haufen von auch nur 1000 Zahlen ist das unmöglich. Man muss daher die Ergebnisse *visualisieren*.

## 2 Visualisierung der Ergebnisse

Man sollte die Ergebnisse in eine Form bringen, die überblickt und interpretiert werden kann! Bei einem ungeordneten Haufen von auch nur 1000 Zahlen ist das unmöglich. Man muss daher die Ergebnisse *visualisieren*.

## 3 Vergleich mit Beobachtungsdaten und Experimenten

## 2 Visualisierung der Ergebnisse

Man sollte die Ergebnisse in eine Form bringen, die überblickt und interpretiert werden kann! Bei einem ungeordneten Haufen von auch nur 1000 Zahlen ist das unmöglich. Man muss daher die Ergebnisse *visualisieren*.

## 3 Vergleich mit Beobachtungsdaten und Experimenten

Lassen sich die gefundenen Ergebnisse mit Beobachtungsdaten vergleichen? Gibt das Modell Anlass zu Experimenten oder Beobachtungen, die erst noch durchzuführen sind?

## ② Visualisierung der Ergebnisse

Man sollte die Ergebnisse in eine Form bringen, die überblickt und interpretiert werden kann! Bei einem ungeordneten Haufen von auch nur 1000 Zahlen ist das unmöglich. Man muss daher die Ergebnisse *visualisieren*.

## ③ Vergleich mit Beobachtungsdaten und Experimenten

Lassen sich die gefundenen Ergebnisse mit Beobachtungsdaten vergleichen? Gibt das Modell Anlass zu Experimenten oder Beobachtungen, die erst noch durchzuführen sind?

Stimmen Modellverhalten und Beobachtungsdaten überein, ggf. nach Anpassung der Modellparameter? Im negativen Fall ist zu klären, woher die Diskrepanz kommt und was im Modell daher zu verändern ist.