

Übungsblatt 9

Abgabetermin: 08.06.2018

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Beweisen Sie: Ist jedes Land eines eingebetteten ebenen Graphen G das Innere oder Äussere eines Kreises von G , dann ist G 2-zusammenhängend.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Beweisen Sie, dass ein ebener Graph, in dem jede Ecke Grad mindestens 5 hat, mindestens 12 Ecken hat.

Aufgabe 3 (4 Punkte) Für einen graphen G ist $\delta(G) = \min\{\deg_G(x) : x \in V(G)\}$ der *Minimalgrad* von G . Beweisen Sie, dass $\chi(G) \leq 1 + \max\{\delta(G') : G' \subseteq G\}$, wobei $G' \subseteq G$ bedeutet, dass G' ein Teilgraph von G ist.

Aufgabe 4 (4 Punkte) Ein Graph G heisst *ausserplanar*, wenn er sich so zeichnen lässt, dass die Grenze eines der Länder (wir dürfen annehmen, dass es das äussere Land ist) alle Ecken von G enthält. Zeigen Sie, dass die chromatische Zahl eines ausserplanaren Graphen höchstens 3 ist.