

Übungsblatt 5

Abgabetermin: 04.05.2018

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Beweisen Sie die Formel

$$\binom{r}{r} + \binom{r+1}{r} + \binom{r+2}{r} + \dots + \binom{n}{r} = \binom{n+1}{r+1}.$$

Was ist die Aussage dieser Formel für $r = 1$?

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Beweisen Sie, dass das Komplement eines unzusammenhängenden Graphen G zusammenhängend ist. (Das Komplement eines Graphen $G = (V, E)$ ist der Graph $(V, \binom{V}{2} \setminus E)$.)

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass ein Graph G genau dann ein Dreieck (d.h. einen K_3) enthält, wenn es Indizes i und j gibt, so dass in beiden Matrizen A_G und A_G^2 der (i, j) -Eintrag ungleich 0 ist. Dabei sei A_G die Adjazenzmatrix von G .

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Beschreiben Sie alle Graphen, die keinen Pfad (nicht notwendig induziert!) der Länge 3 enthalten.

Aufgabe 5 (4 Punkte)

Ein Graph G enthalte einen Kreis C und einen Pfad P der Länge $\geq k^2$ zwischen zwei Ecken von C . Zeigen Sie, dass G einen Kreis der Länge $\geq k$ enthält.