

## Übungsblatt 5

Abgabetermin: 12.05.2017

### Aufgabe 1 (4 Punkte)

Beweisen Sie die Formel

$$\binom{r}{r} + \binom{r+1}{r} + \binom{r+2}{r} + \dots + \binom{n}{r} = \binom{n+1}{r+1}.$$

Was ist die Aussage dieser Formel für  $r = 1$ ?

### Aufgabe 2 (2+2 Punkte)

- (a) (Sieb des Eratosthenes) Wie viele Zahlen bleiben in  $\{1, 2, \dots, 1000\}$  übrig, wenn man alle Vielfachen von 2, 3, 5 und 7 wegstreicht?
- (b) Wie viele Zahlen zwischen 1 und 100 sind durch keine Quadratzahl (ausser 1) teilbar?

### Aufgabe 3 (2+2 Punkte)

- (a) Bestimmen Sie die Anzahl der Permutationen der Menge  $\{1, 2, \dots, n\}$  mit genau  $k$  Fixpunkten.
- (b) Beweisen Sie die Gleichung

$$D(n) = n! - nD(n-1) - \binom{n}{2}D(n-2) - \dots - \binom{n}{n-1}D(1) - 1.$$

**Aufgabe 4 (2+2 Punkte)** Wie viele Graphen auf der Eckenmenge  $\{v_1, v_2, \dots, v_{2n}\}$  sind isomorph zu dem Graphen, der aus  $n$  eckendisjunkten Kanten besteht (d.h. mit Kantenmenge  $\{v_1v_2, v_3v_4, \dots, v_{2n-1}v_{2n}\}$ )?

### Aufgabe 5 (4 Punkte)

Beweisen Sie, dass das Komplement eines unzusammenhängenden Graphen  $G$  zusammenhängend ist. (Das Komplement eines Graphen  $G = (V, E)$  ist der Graph  $(V, \binom{V}{2} \setminus E)$ .)