

Mathematik für Physiker III
Veranstalter: Dr. Vsevolod Shevchishin

Testklausur

Termin: 15. Januar, 9:00–9:45, Hörsaal H1 (Bundesstraße, 55)

Name, Vorname:

Matrikel-Nr.:

Studiengang:

Gruppen-Nr., -Leiter:

Schriftliche Hilfsmittel (Bücher, Skript, usw.) sind nicht zugelassen!

Ergebnisse:

A1	A2a	A2b	A3	A4a	A4b	A5a	A5b

Aufgabe 1. (2 Punkte.) Ist die Funktion $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} & x > 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ Riemannsch-integrierbar über $[0, 1]$? Welche Bedingungen auf $f(x)$ sind (nicht) erfüllt?

Aufgabe 2. (1+1 Punkte.)

2a. Geben Sie die Definition einer Nullmenge N in \mathbb{R} .

2b. Was bedeutet, dass zwei Funktionen $f(x)$ und $g(x)$ fast überall gleich sind?

Aufgabe 3. (2 Punkte.)

Geben Sie die Formel für die Fourier-Transformation und ihre Umkehrung.

Aufgabe 4. (2 Punkte + 2 Zusatzpunkte.)

4a. Formulieren Sie die Hölder-Ungleichung.

4b. Zeigen Sie die Ungleichung $\|f(x)\|_{L^1(K)} \leq \pi^{2/3} \cdot \|f(x)\|_{L^3(K)}$ für Funktionen auf Einheitskreis $K := \{(x, y) \in \mathbb{R} : x^2 + y^2 \leq 1\}$.

Aufgabe 5. (2 Punkte + 2 Zusatzpunkte.)

5a. Geben Sie die Definition von Schwartzschen Raum $\mathcal{S}(\mathbb{R}^n)$.

5b. Zeigen Sie, dass jede Funktion $f(x) \in \mathcal{S}(\mathbb{R})$ Lebesgue-integrierbar ist.