Mathematik III für Studierende der Physik

Klausur am 15.2.07 , B

	111
I	50
B	30
	191

Taschenrechner und Formelsammlungen sind nicht zugelassen!
Bei den ersten vier Aufgaben sind schriftliche Zwischenrechnungen und Begründungen mit abzugeben!

21

1.) (25 Punkte) Geben Sie alle reellen Lösungen an von

$$y'' - 2y' + \frac{3}{4}y \quad = \quad e^x \quad .$$

$\frac{21}{25}$

30

2.) (35 Punkte) Geben Sie eine reelle Lösung φ der Differentialgleichung

$$y' \quad = \quad \frac{2x}{y + x^2 y} \qquad \text{mit} \qquad \varphi(0) \; = \; -2 \qquad \text{an.}$$

$\frac{30}{35}$

Ein Intervall, auf dem φ definiert ist, müssen Sie nicht angeben.

25

3.) (25 Punkte) Berechnen Sie

$$\int_A \sin x \cos y \, \mathrm{d}(x,y) \quad \text{für}$$

$$A \quad := \quad \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; 0 \le x \le \frac{\pi}{2} \wedge 0 \le y \le x \right\} \quad .$$

35

4.) (35 Punkte) Berechnen Sie $\int_F x_1 x_2 \, \mathrm{d}S(x)$ für die durch

$$\Phi \; : \; (0; \frac{\pi}{2}) \times (-1; 1) \quad \longrightarrow \quad \mathbb{R}^3 \quad ,$$

$$\Phi(\varphi, z) \quad := \quad (\cos\varphi, \sin\varphi, z)$$

parametrisierte Fläche F.

Bitte wenden!

1 Bö

Bei den folgenden Aufgaben machen Sie bitte genau dann ein Kreuz, wenn die Aussage richtig ist :

0

5.) (25 Punkte) Sei $n \in \mathbb{N}$. Dann gilt allgemein:

Sind A_1, $A_2 \subset \mathbb{R}^n$ Lebesgue-messbar, so ist $A_1 \cup A_2$ Lebesgue-messbar.	X
Für $j \in \mathbb{N}$ seien $A_j \subset \mathbb{R}^n$ Lebesgue-messbar, dann ist $\bigcup_{j\in\mathbb{N}} A_j$ messbar.	X
$\mathbb{R}^n$ ist Lebesgue-messbar. nein.	—

25

6.) (25 Punkte) Sei $\mathcal{D}(\mathbb{R})$ der Raum der Testfunktionen von $\mathbb{R}$ nach $\mathbb{C}$ und $T : \mathcal{D}(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathbb{C}$ eine Distribution. Dann gilt:

T ist linear und stetig.	X
T ist beliebig oft differenzierbar.	X
Es gibt eine Funktion $f \in \mathcal{L}^1_{\text{loc}}(\mathbb{R})$, so dass $\forall \varphi \in \mathcal{D}(\mathbb{R}) : T[\varphi] = \int_{\mathbb{R}} f(x)\varphi(x)\,\mathrm{d}\,x$ gilt. (nicht unbedingt - nur wenn T regulär)	—

25

7.) (30 Punkte) Sei $f \in \mathcal{L}^1(\mathbb{R})$ und $\widehat{f}$ ihre Fouriertransformierte. Dann gilt für $f := \mathbf{1}_{[0;1]}$ und $\xi \in \mathbb{R}$:

$\widehat{f}(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\mathbb{R}} f(x)\, e^{-ix\xi}\,\mathrm{d}\,x$	X
$\widehat{f}(\xi) = \begin{cases} \frac{i}{\sqrt{2\pi}\xi}(e^{-i\xi} - 1) & \text{für } \xi \neq 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} & \text{für } \xi = 0 \end{cases}$	X
$\widehat{f} \in \mathcal{L}^1(\mathbb{R})$. nein.	—

Bitte **heften** Sie diesen Zettel mit Ihren Lösungsblättern zusammen.
Abgabe 90 Minuten nach Beginn.

(B)