

Abgabe am 12. Mai 2015 am Anfang der Vorlesung.

**Aufgabe 1 (3 Kalküle; 4 Punkte)** Sei  $\mathcal{A} = \{x, y\}$  das Alphabet. Wir betrachten die folgenden Ableitungsregeln:

$$R_1 : \frac{}{\square}, \quad R_2 : \frac{z}{zx},$$

$$R_3 : \frac{z}{xz}, \quad R_4 : \frac{z}{zyz'y},$$

$$R_5 : \frac{z}{yzyz'}, \quad R_6 : \frac{z}{yyzyy}.$$

Seien die Kalküle  $\mathfrak{K}_4 := \{R_1, R_2, R_3, R_4\}$ ,  $\mathfrak{K}_5 := \{R_1, R_2, R_3, R_5\}$  und  $\mathfrak{K}_6 := \{R_1, R_2, R_3, R_6\}$ . Zeigen Sie:

1.  $\mathfrak{K}_4 \equiv \mathfrak{K}_5$ ,
2.  $\mathfrak{K}_4 \not\equiv \mathfrak{K}_6 \not\equiv \mathfrak{K}_5$ .

**Aufgabe 2 (Korrektheit; 2 Punkte)** Prüfen Sie, ob die folgenden Ableitungsregeln korrekt sind:

$$(a) \frac{\frac{\Gamma\phi_1 \quad \psi_1}{\Gamma\phi_2 \quad \psi_2}}{\Gamma(\phi_1 \vee \phi_2)(\psi_1 \vee \psi_2)}; \quad (b) \frac{\frac{\Gamma\phi_1 \quad \psi_1}{\Gamma\phi_2 \quad \psi_2}}{\Gamma(\phi_1 \vee \phi_2)(\psi_1 \wedge \psi_2)}.$$

**Aufgabe 3 (Ableitbarkeit; 6 Punkte)** Zeigen Sie, dass die folgenden Regeln ableitbar sind:

$$(a1) \frac{\Gamma\phi}{\Gamma\neg\neg\phi}; \quad (a2) \frac{\Gamma\neg\neg\phi}{\Gamma\phi};$$

$$(b) \frac{\frac{\Gamma\phi}{\Gamma\psi}}{\Gamma(\phi \wedge \psi)};$$

$$(c1) \frac{\Gamma(\phi \wedge \psi)}{\Gamma\phi}; \quad (c2) \frac{\Gamma(\phi \wedge \psi)}{\Gamma\psi};$$

$$(d) \frac{\Gamma\phi\psi}{\Gamma(\phi \rightarrow \psi)}.$$

**Aufgabe 4 (Korrektheit 2; 3 Punkte)** Prüfen Sie, ob die folgenden Ableitungsregeln korrekt sind:

(a)  $\frac{\phi\psi}{\exists x\phi \exists x\psi}$  ;

(b)  $\frac{\Gamma\phi\psi}{\Gamma\exists x\phi \exists x\psi}$  ;

(c)  $\frac{\Gamma\phi \frac{f(y)}{x}}{\Gamma\forall x\phi}$  , falls  $\text{ar}(f) = 1$  und  $y$  kommt in  $\Gamma\forall x\phi$  nicht vor.