Fachbereich Mathematik
Diskrete Mathematik
Prof. Mathias Schacht, Fabian Hundertmark

WS 2011/12
15. Dezember 2011

Übungen zur Grapentheorie 2 - Blatt 8

Besprechung am 22. Dezember 2011

1.$^-$ Leite aus dem Sechsflusssatz 5.6.1 die entsprechende Aussage für Multigraphen her.

2. Finde in einem Graphen G mit $\varepsilon(G) \geqslant k \in \mathbb{N}$ einen Minor $H \preccurlyeq G$ mit $\delta(H) \geqslant k \geqslant |H|/2$.

3. In einem k-verbundenen Graphen G seien $s_1, \ldots, s_k, t_1, \ldots, t_k$ nicht notwendigerweise verschiedene Ecken mit $s_i \neq t_i$ für jedes i. Zeige, dass G kreuzungsfreie Wege $P_i = s_i \ldots t_i$ enthält ($i = 1, \ldots, k$).

4. Vereinfache den Beweis von Satz 6.2.1 durch Verwendung der vorigen Aufgabe.

5.$^+$ Zeige, dass jede Funktion h wie in Lemma 2.5.1 für alle geraden r die Ungleichung $h(r) > \frac{1}{8}r^2$ erfüllt, und Satz 6.2.1 daher bis auf die Konstante c bestmöglich ist.

Hinweise

1.$^-$ Wandle den gegebenen Multigraphen in einen Graphen mit den gleichen Flusseigenschaften um.

2. Wie können wir im Beweis von Proposition 6.2.2 sicherstellen, dass der gefundene Minor außer hohem Minimalgrad auch wenig Ecken hat?

3. Induktion nach $2k - |S \cup T|$, wobei $S := \{s_1, \ldots, s_k\}$ und $T := \{t_1, \ldots, t_k\}$. Für den Induktionsschritt benutze, dass $\delta(G) \geqslant 2k - 1$ gilt nach Aufgabe 3 von Blatt 3.

4. Folge der Idee des Beweises von Satz 6.2.1, aber verbinde die r Verzweigungsecken aus X direkt in H, ohne eine Menge Y von Nachbarn zu definieren.

5.$^+$ Wie bettet man am besten einen TK^r in einen $K_{s,s}$ ein, wenn man s klein halten will?