Fachbereich Mathematik
Diskrete Mathematik
Prof. Mathias Schacht

WS 2010/11
22. Oktober 2010

Graphentheorie

1. Serie

Besprechung am 29. Oktober 2010

Aufgabe 1 (D-De, §0, Nr. 2) [2 Punkte]

Es sei $d \in \mathbb{N}$ und $V := \{0,1\}^d$, d.h. V sei die Menge aller 0–1 - Folgen der Länge d. Der Graph auf V, bei dem zwei Ecken genau dann benachbart sind, wenn sie sich in genau einer Koordinate unterscheiden, heißt *d-dimensionaler Würfel*. Bestimme Durchschnittsgrad, Kantenzahl, Durchmesser, Taillenweite und Umfang dieses Graphen.

Aufgabe 2 (D-De, §0, Nr. 3) [2 Punkte]

Ein Graph G enthalte einen Kreis C und einen Weg P der Länge $\geq k$ zwischen zwei Ecken von C. Zeige, dass G einen Kreis der Länge $\geq \sqrt{k}$ enthält.

Aufgabe 3 (D-De, §0, Nr. 8^+) [6 Punkte]

Zeige, dass jeder zusammenhängende Graph G einen Weg der Länge $\min\{2\delta(G), |G|-1\}$ enthält.

Aufgabe 4 (D-De, §0, Nr. 11^-) [1 Punkt]

Zeige, dass jeder 2-zusammenhängende Graph einen Kreis enthält.

Aufgabe 5 (D-De, §0, Nr. 17^-) [1 Punkt]

Zeige, dass ein Baum T mindestens $\Delta(T)$ Blätter hat.

Aufgabe 6 (D-De, §0, Nr. 22^+) [6 Punkte]

Es sei G ein zusammenhängender Graph und $r \in G$ eine Ecke. Von r ausgehend, durchlaufe Kanten von G wie folgt: in jedem Schritt gehe wenn möglich zu einer noch nicht besuchten Ecke; ansonsten gehe zurück entlang der Kante, durch die die gegenwärtige Ecke erstmals erreicht wurde. Zeige, dass die insgesamt durchschrittenen Kanten einen normalen Spannbaum in G mit Wurzel r bilden.

(Dieses Verfahren hat den normalen Spannbäumen die Bezeichnung *Tiefensuchbaum* eingetragen.)

Aufgabe 7 (D-De, §0, Nr. 24) [2 Punkte]

Zeige, dass jeder Automorphismus eines Baumes eine Ecke oder eine Kante festlässt.