Fachbereich Mathematik | Universität Hamburg
Dozent: Prof. Mathias Schacht | SoSe 2021
Übung: Dr. Christian Reiher | 18. Juni 2021

Graphentheorie

10. Serie

Abgabe bis 25. Juni 2021, 10 Uhr

Übungsgruppe 10-12 Uhr: `https://bit.ly/2SZS733`

Übungsgruppe 12-14 Uhr: `https://bit.ly/3d3hRCH`

Moodle-Link für die schriftliche Abgabe

Aufgabe 1 [2 Punkte]

Benutze das *Schubfachprinzip* (Satz von Ramsey für 1-uniforme Hypergraphen), um folgende Aussagen zu zeigen:

(i) Unter 101 verschiedenen natürlichen Zahlen zwischen 1 und 200 sind zwei teilerfremd.

(ii) Unter 101 verschiedenen natürlichen Zahlen zwischen 1 und 200 gibt es zwei Zahlen, sodass eine der Beiden die Andere teilt.

Aufgabe 2 [2 Punkte]

Reduziere die endliche Version von Ramsey's Satz für Graphen und ℓ Farben auf den Fall $\ell = 2$.

Aufgabe 3 [2 Punkte]

Eine Mengenfamilie ist ein Δ-*System*, wenn je zwei dieser Mengen den gleichen Durchschnitt haben. Zeige, dass jede unendliche Familie von Mengen gleicher endlicher Kardinalität ein unendliches Δ-System enthält.

Hinweis: Zeige zuerst die Aussage für *schwache* Δ-Systeme $\mathcal{F}$, für die es ein $k \in \mathbb{N}$ gibt, so dass je zwei Mengen F, $F' \in \mathcal{F}$ mit $F \neq F'$ einen gemeinsamen Schnitt von k Elementen haben.

Aufgabe 4 [2 Punkte]

Beweise den folgenden Satzes von Erdős und Szekeres: zu jedem $k \in \mathbb{N}$ existiert ein $n \in \mathbb{N}$, so dass aus n Punkten der Ebene, von denen keine drei kollinear sind, stets k Punkte auswählbar sind, die ein konvexes Polygon aufspannen (d.h. von denen keiner in der konvexen Hülle der übrigen liegt).

Aufgabe 5 (für die schriftliche Abgabe)

Es seien m, $n \in \mathbb{N}$, und $m-1$ sei ein Teiler von $n-1$. Zeige, dass für jeden Baum T mit m Ecken gilt $R(T, K_{1,n}) = m+n-1$, d. h. für jeden Graphen G auf $m+n-1$ Ecken gilt $T \subseteq G$ oder $K_{1,n}$ ist im Komplement von G enthalten und $m+n-1$ ist minimal mit dieser Eigenschaft.