Fachbereich Mathematik
Dozent: Prof. Mathias Schacht
Übung: Dr. Christian Reiher

Universität Hamburg
SoSe 2021
4. Juni 2021

# Graphentheorie

***8. Serie***

**Abgabe bis 11. Juni 2021, 10 Uhr**

**Übungsgruppe 10-12 Uhr:** `https://bit.ly/3g8raD6`

**Übungsgruppe 12-14 Uhr:** `https://bit.ly/2TQNb01`

**Moodle-Link für die schriftliche Abgabe**

---

**Aufgabe 1** [1 Punkt]

Beweise oder widerlege: Für jeden Fluss $f$ in einem Netzwerkes $N = (G, s, t, c)$ gibt es einen Fluss $f_\star$ mit größtmöglicher Flussstärke, der $f$ auf jeder Kante erhöht, d. h. $|f(\vec{e})| \leqslant |f_\star(\vec{e})|$ für jede gerichtete Kante $\vec{e} \in \vec{E}(G)$.

**Aufgabe 2** [1 Punkt]

Leite den Satz von König über Paarungen (Satz 1.1.1) aus dem Max-flow min-cut Theorem (Satz 5.2.2) her.

**Aufgabe 3** [1 Punkt]

Leite den Satz von Menger (Satz 2.3.1) aus dem Max-flow min-cut Theorem (Satz 5.2.2) her.

**Aufgabe 4** [1 Punkt]

Beweise oder widerlege: Der Beweis des Max-flow min-cut Theorems von Ford und Fulkerson (Beweis von Satz 5.2.2) lässt sich auch auf Netzwerke $N = (G, s, t, c)$ mit reellwertigen Kapazitäten $c\colon \vec{E}(G) \longrightarrow \mathbb{R}_{\geqslant 0}$ übertragen.

---

**Aufgabe 5** (für die schriftliche Abgabe)

Für welche Bäume $T$ gibt es eine Funktion $f_T\colon \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$, so dass für jedes $k \in \mathbb{N}$ jeder Graph $G$ mit Durchschnittsgrad $f_T(k)$, der $T$ nicht als induzierten Untergraphen enthält, $\chi(G) \geqslant k$ erfüllt?

*Hinweis:* Vollständig bipartite Graphen $K_{n,n}$ haben beliebig großen Durchschnittsgrad, aber nur Färbungszahl 2.