Graphentheorie

5. Serie

Abgabe bis 21. Mai 2021, 10 Uhr

Übungsgruppe 10-12 Uhr: `https://bit.ly/3tGcaQi`

Übungsgruppe 12-14 Uhr: `https://bit.ly/3vYF0gC`

Moodle-Link **für die schriftliche Abgabe**

Aufgabe 1 [1 Punkt]

Zeige direkt mit Hilfe des Θ-Lemmas (Lemma 3.1.2), dass der $K_{3,3}$ nicht plättbar ist.

Aufgabe 2 [1 Punkt]

Wie ebene Graphen in den $\mathbb{R}^2$ (bzw. in die Kugeloberfläche) einbettbar sind, kann man Graphen dadurch definieren, dass sie in Flächen mit höherem Geschlecht einbettbar sind. Man kann leicht einsehen, dass der K_5 in den Torus einbettbar ist. Können K_6 und K_7 auch in den Torus eingebettet werden?

Aufgabe 3 [1 Punkt]

Viele Fußbälle werden aus beliebig geformten Fünfecken und Sechsecken so zusammengenäht, dass die Nähte einen kubischen Graphen bilden. Wie viele Fünfecke hat so ein Fußball?

Aufgabe 4 [1 Punkt]

Ein ebener Graph $G = (V, E)$ heißt *außenplanar*, wenn es ein Gebiet $f \in F(G)$ gibt, dessen Rand alle Ecken enthält, d. h. $V \subseteq G[f]$. Zeige, dass jeder außenplanare Graph eine Ecke vom Grad höchstens 2 besitzt und leite darüber eine obere Schranke für die Anzahl von Kanten (als Funktion in der Anzahl der Ecken) für solche Graphen her. Ist die Schranke bestmöglich?

Aufgabe 5 (für die schriftliche Abgabe)

Die alten Griechen liebten reguläre ebene Graphen, deren Gebiete durch Kreise gleicher Länge berandet waren. Zeige, dass es solche Graphen nur für endlich viele Paare (d, ℓ) gibt, wobei $d \geqslant 3$ der Grad und ℓ die Kreislänge ist.