

Graphentheorie

3. Serie

Abgabe bis 30. April 2021, 10 Uhr

Übungsgruppe 10-12 Uhr: <https://bit.ly/2QSjt9Y>

Übungsgruppe 12-14 Uhr: <https://bit.ly/3evhwbC>

Moodle-Link für die schriftliche Abgabe

Aufgabe 1 [1 Punkt]

Beweise die ungerichtete Version des Satzes von Gallai und Milgram, ohne diesen zu benutzen.

Aufgabe 2 [1 Punkt]

Finde eine optimale Funktion $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, so dass für jedes $k \in \mathbb{N}$ jeder bipartite Graph $G = (X \cup Y, E)$ mit $|X| = |Y| = k$ und $|E| > f(k)$ einen 1-Faktor hat.

Aufgabe 3 [1 Punkt]

Sei $G = (V, E)$ ein Graph mit gerader Eckenanzahl und für jede unabhängige Teilmenge $I \subseteq V$ mit $|I| \geq 2$ gilt

$$|\{v \in V: |N(v) \cap I| \geq 2\}| \geq |I|.$$

Zeige mithilfe des Struktursatzes für 1-Faktoren (Satz 1.2.3), dass G einen 1-Faktor enthält.

Aufgabe 4 [1 Punkt]

Zeige, dass ein Graph G genau dann eine Paarung der Größe mindestens k enthält, wenn $q(G - S) \leq |S| + |G| - 2k$ gilt für alle Eckenmengen $S \subseteq V(G)$.

Aufgabe 5 (für die schriftliche Abgabe)

Leite den Satz von Hall aus dem Satz von Gallai und Milgram ab.