

# Graphentheorie

## 3. Serie

Abgabe bis 30. April 2021, 10 Uhr

Übungsgruppe 10-12 Uhr: <https://bit.ly/2QSjt9Y>

Übungsgruppe 12-14 Uhr: <https://bit.ly/3evhwbC>

**Moodle-Link** für die schriftliche Abgabe

---

**Aufgabe 1** [1 Punkt]

Beweise die ungerichtete Version des Satzes von Gallai und Milgram, ohne diesen zu benutzen.

**Aufgabe 2** [1 Punkt]

Finde eine optimale Funktion  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ , so dass für jedes  $k \in \mathbb{N}$  jeder bipartite Graph  $G = (X \cup Y, E)$  mit  $|X| = |Y| = k$  und  $|E| > f(k)$  einen 1-Faktor hat.

**Aufgabe 3** [1 Punkt]

Sei  $G = (V, E)$  ein Graph mit gerader Eckenanzahl und für jede unabhängige Teilmenge  $I \subseteq V$  mit  $|I| \geq 2$  gilt

$$|\{v \in V: |N(v) \cap I| \geq 2\}| \geq |I|.$$

Zeige mithilfe des Struktursatzes für 1-Faktoren (Satz 1.2.3), dass  $G$  einen 1-Faktor enthält.

**Aufgabe 4** [1 Punkt]

Zeige, dass ein Graph  $G$  genau dann eine Paarung der Größe mindestens  $k$  enthält, wenn  $q(G - S) \leq |S| + |G| - 2k$  gilt für alle Eckenmengen  $S \subseteq V(G)$ .

---

**Aufgabe 5** (für die schriftliche Abgabe)

Leite den Satz von Hall aus dem Satz von Gallai und Milgram ab.