

Graphentheorie

1. Serie

Abgabe bis 16. April 2021, 10 Uhr

Übungsgruppe 10-12 Uhr: <https://bit.ly/2Qau3ss>

Übungsgruppe 12-14 Uhr: <https://bit.ly/3d4zfqM>

Aufgabe 1

[1 Punkt]

Ein Graph $G = (V, E)$ mit mindestens 3 Ecken ist *2-zusammenhängend*, wenn für jede Ecke $v \in V$ der Graph $G - v$ zusammenhängend ist. Zeige, dass jede Ecke eines 2-zusammenhängenden Graphen auf einem Kreis liegt. Gilt dies auch dann noch, wenn der 2-Zusammenhang durch Minimalgrad ≥ 2 ersetzt wird?

Aufgabe 2

[1 Punkt]

In Bäumen bezeichnen wir die Ecken mit Grad höchstens 1 als *Blätter*. Zeige, dass ein Baum ohne Ecken vom Grad 2 mehr Blätter als andere Ecken hat.

Aufgabe 3

[1 Punkt]

Es sei \mathcal{T} eine Menge von Teilbäumen eines Baumes T und $k \in \mathbb{N}$.

- (i) Zeige, dass wenn je zwei Bäume aus \mathcal{T} einen nicht leeren Schnitt haben, dann ist auch der Schnitt aller Bäume $\bigcap_{T \in \mathcal{T}} T$ nicht leer.
- (ii) Zeige, dass es entweder k disjunkte Bäume in \mathcal{T} gibt oder eine Menge von höchstens $k - 1$ Ecken von T alle Bäume aus \mathcal{T} trifft.

Aufgabe 4

[1 Punkt]

Zeige, dass jeder zusammenhängende Graph G einen Weg der Länge $\min\{2\delta(G), |V| - 1\}$ enthält.

Aufgabe 5 (für die schriftliche Abgabe)

Zeige, dass jeder Automorphismus eines Baumes eine Ecke oder eine Kante festlässt.