Fachbereich Mathematik
Dozent: Prof. Mathias Schacht
Übung: Jakob Schnitzer

SoSe 2016
04. Juli 2016

Graphentheorie

Zusatzserie

Besprechung am 11. Juli 2016

http://bit.ly/29qjagw

Aufgabe 1 (Nr. 1 in §10)
Auf einer Menge X sei eine Quasiordnung $\leqslant$ definiert. Zwei Elemente $x, y \in X$ seien *äquivalent*, wenn sowohl $x \leqslant y$ als auch $y \leqslant x$ gilt. Zeige, dass dies in der Tat eine Äquivalenzrelation auf X ist, und dass $\leqslant$ auf der Menge der Äquivalenzklassen eine Halbordnung induziert.

Aufgabe 2 (Nr. 4 in §10)
Zeige, dass die im Beweis vom Satz von Kruskal definierte Relation $\leqslant$ zwischen Wurzelbäumen in der Tat eine Quasiordnung ist

Aufgabe 3
Sei $(X, \leqslant)$ wohlquasigeordnet. Zeige, dass für jedes $k \in \mathbb{N}$ die Menge X^k mit dem punktweisen $\leqslant$, d. h. $(x_1, \ldots, x_k) \leqslant (y_1, \ldots, y_k)$, wenn $x_i \leqslant y_i$ für alle $i \in [k]$, wohlquasigeordnet ist.

Aufgabe 4 (Nr. 5 in §10) [1 Punkt]
Zeige, dass die endlichen Bäume durch die Teilgraphenrelation nicht wohlquasigeordnet sind.

Aufgabe 5 (Nr. 8 in §10) [1 Punkt]
Sind die zusammenhängenden endlichen Graphen bereits durch Kontraktion allein (d. h. durch Minorenbildung ohne Kanten- oder Eckenlöschung) wohlquasigeordnet?

Aufgabe 6 (Nr. 10 in §10) [1 Punkt]
Zeige, dass die endlichen Graphen durch die topologische Minorenrelation nicht wohlquasigeordnet sind.

Aufgabe 7 (Nr. 9 in §10) [2 Punkte]
Schwäche die Minorenrelation ab durch Verzicht auf die Forderung, dass Verzweigungsmengen zusammenhängend sein müssen. Zeige (ohne den Minorensatz zu benutzen), dass die endlichen Graphen durch diese Relation wohlquasigeordnet sind.

Tipp: Zeige, dass in einer (angenommenen) schlechten Folge die größten Paarungen beschränkte Größe haben und danach ist das Ergebnis aus Aufgabe 3 hilfreich.