Fachbereich Mathematik
Dozent: Prof. Mathias Schacht
Übung: Jakob Schnitzer

SoSe 2016
6. Juni 2016

Graphentheorie

9. Serie

Besprechung am 13. Juni 2016

http://bit.ly/1Wz8InS

Aufgabe 1
Zeige, dass es für jeden bipartiten Graphen B mit Maximalgrad Δ einen Δ-regulären bipartiten Graphen gibt, der B als Teilgraph enthält.

Aufgabe 2
Ein Netzwerkfluss f ist maximal, wenn es für jeden von f verschiedenen Fluss f' eine gerichtete Kante (x, y) gibt, so dass $|f(x, y)| > |f'(x, y)|$. Finde ein Netzwerk und einen maximalen Fluss, der nicht die größtmögliche Stärke hat.

Aufgabe 3 (Nr. 3 in §6)
Gibt es kantenmaximale Graphen ohne K_3-Minor, die nicht extremal sind?

Aufgabe 4 [1 Punkt]
Leite aus dem Satz von Ford & Fulkerson (Satz 5.2.2) den Satz von König (Satz 1.1.1) her.

Aufgabe 5 (Nr. 4 und 16 in §6) [1 Punkt]
Bestimme $\mathrm{ex}(n, F)$ für $\ell \geqslant 2$, wenn

(a) F ein Weg P_ℓ ist.
(b) F ein Stern $P_{1,\ell}$ ist.

Aufgabe 6 (Nr. 12 in §6) [1 Punkt]
Die *obere Kantendichte* eines unendlichen Graphen G ist das Infimum aller reellen Zahlen α, so dass G bis auf Isomorphie nur endlich viele endliche Teilgraphen der Kantendichte $> \alpha$ hat. Zeige, dass die obere Kantendichte stets einen Werte aus $\{\frac{k}{k+1} : k \in \mathbb{N}\} \cup \{1\}$ annimmt.

Aufgabe 7 (Nr. 3 in §5) [2 Punkte]
Leite aus dem Satz von Ford & Fulkerson (Satz 5.2.2) die Kanten- und die Eckenversion des Satzes von Menger her (siehe Korollar 2.3.5).

Aufgabe 8 (für die schriftliche Abgabe, Nr. 17 in §6)
Für welche Bäume T gibt es eine Funktion $f_T : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, so dass für jedes $k \in \mathbb{N}$ jeder Graph G mit Durchschnittsgrad $f_T(k)$, der T nicht als Untergraphen enthält, $\chi(G) \geqslant k$ erfüllt? Warum ist es sinnvoll sich hier auf Bäume zu beschränken?