Graphentheorie

8. Serie

Besprechung am 6. Juni 2016

http://bit.ly/1OXN3OU

Aufgabe 1
Zeige, dass ein Graph G genau dann k-färbbar ist, wenn ein Homomorphismus $G \to K_k$ existiert.

Aufgabe 2
Zeige, dass Komplemente von ungeraden Kreisen der Länge mindestens 5 nicht perfekt sind.

Aufgabe 3
Zeige, dass Perfektion weder hinsichtlich des Löschens von Kanten noch hinsichtlich der Kantenkontraktion abgeschlossen ist.

Aufgabe 4 (Nr. 12 in §4) [1 Punkt]
Bestimme alle kritisch 3-chromatischen Graphen (siehe Aufgabe 3 der 7. Serie für die Definition).

Aufgabe 5 (Nr. 22 & 23 in §4) [1 Punkt]
Zeige, die Äquivalenz von Proposition 4.3.1 und der Aussage $\chi'(G) = k$ für jeden k-regulären bipartiten Graphen G.

Aufgabe 6 (Nr. 37 in §4) [1 Punkt]
Beweise mit dem Satz von König (Satz 1.1.1), dass das Komplement eines bipartiten Graphen perfekt ist.

Aufgabe 7 (Nr. 24 in §4) [2 Punkte]
Zeige (direkt), dass es zu jedem $k \in \mathbb{N}$ einen k-chromatischen Graphen ohne Dreieck gibt.

Aufgabe 8 (für die schriftliche Abgabe, Nr. 39 & 40 in §4)
Ein Graph $G = (V, E)$ heißt *Intervallgraph*, wenn es eine Menge $\{ I_v \mid v \in V \}$ reeller Intervalle gibt, so dass genau dann $I_u \cap I_v \neq \varnothing$ gilt, wenn $uv \in E$ ist. Ein Graph $G = (V, E)$ heißt *Vergleichbarkeitsgraph*, wenn eine Halbordnung auf V existiert, in der genau die in G benachbarten Elemente vergleichbar sind.

(*i*) Zeige, dass jeder Intervallgraph chordal ist.

(*ii*) Zeige, dass das Komplement eines Intervallgraphen stets ein Vergleichbarkeitsgraph ist.