FACHBEREICH MATHEMATIK
DOZENT: PROF. MATHIAS SCHACHT
ÜBUNG: JAKOB SCHNITZER

SOSE 2016
2. MAI 2016

# Graphentheorie

***5. Serie***

**Besprechung am 9. Mai 2016**

http://bit.ly/1YW3Jv8

---

**Aufgabe 1** (Nr. 1 in §3)
Definiere einen Begriff der Einbettung von Graphen in den $\mathbb{R}^3$. Zeige, dass jeder Graph geradlinig in den $\mathbb{R}^3$ einbettbar ist.

**Aufgabe 2**
Finde eine Euler'sche Polyederformel für unzusammenhängende Graphen.

**Aufgabe 3** (Nr. 19 in §3)
Enthält jeder *minimal nicht plättbare* Graph $G$ (d.h. jeder nicht plättbare Graph $G$, dessen echte Teilgraphen alle plättbar sind) eine Kante $e$, für die $G - e$ maximal plättbar ist? Ändert sich die Antwort, wenn man unter „minimal nicht plättbar“ einen nicht plättbaren Graphen versteht, dessen echte Minoren alle plättbar sind?

---

**Aufgabe 4** [1 Punkt]
Welche vollständig bipartiten Graphen sind plättbar?

**Aufgabe 5** [1 Punkt]
Die alten Griechen liebten reguläre ebene Graphen, deren Gebiete durch Kreise gleicher Länge berandet waren. Zeige, dass es solche Graphen nur für endlich viele Paare $(d, \ell)$ gibt, wobei $d \geqslant 3$ der Grad und $\ell$ die Kreislänge ist.

**Aufgabe 6** (Nr. 20 in §3) [1 Punkt]
Zeige, dass in einem maximal plättbaren Graphen mit mindestens 6 Ecken jede zusätzliche Kante sowohl einen topologischen $K_5$- als auch einen topologischen $K_{3,3}$-Minor entstehen lässt.

**Aufgabe 7** [2 Punkte]
Ein Graph heißt *außenplanar*, wenn er eine Zeichnung besitzt, bei der alle Ecken auf dem Rand des Außengebiets liegen.

($a$) Zeige, dass ein Graph genau dann außenplanar ist, wenn er weder $K_4$ noch $K_{2,3}$ als Minor enthält.
($b$) Wieviel Kanten kann ein außenplanarer Graph mit $n \geqslant 2$ Ecken maximal haben?
($c$) Zeige, dass jeder außenplanare Graph eine Ecke vom Grad höchstens zwei enthält.

---

**Aufgabe 8** (für die schriftliche Abgabe, Nr. 7 in §3)
Ein Fußball ist aus beliebig geformten Fünfecken und Sechsecken so zusammengenäht, dass die Nähte einen kubischen Graphen bilden. Wie viele Fünfecke hat der Fußball?