

# Graphentheorie

## 11. Serie

Besprechung am 27. Juni 2016

<http://bit.ly/28KYH14>

---

### Aufgabe 1

Zeige, dass der Graph des Dodekaeders einen Hamiltonkreis enthält.

### Aufgabe 2 (Nr. 3 in §8)

Zeige, dass es für jedes gerade  $k > 0$  zu jedem  $n \geq k$  einen  $k$ -regulären Graphen auf  $2n + 1$  Ecken gibt.

### Aufgabe 3 (Nr. 9 in §8)

Es sei  $G$  ein Graph auf  $n$  Ecken, der zu jedem  $i < n/2$  weniger als  $i$  Ecken des Grades  $\leq i$  hat. Zeige mit dem Satz von Chvátal, dass  $G$  einen Hamiltonkreis hat. (Insbesondere folgt also der Satz von Dirac aus dem Satz von Chvátal.)

---

### Aufgabe 4 (Nr. 2 in §8)

[1 Punkt]

Zeige, dass jeder eindeutig 3-kantenfärbbare kubische Graph einen Hamiltonkreis hat. (Eindeutig soll heißen, dass alle 3-Kantenfärbungen die gleiche Kantenpartition induzieren.)

### Aufgabe 5 (Nr. 13 in §8)

[1 Punkt]

Finde einen zusammenhängenden Graphen  $G$ , für den  $G^2$  keinen Hamiltonkreis enthält.

### Aufgabe 6

[1 Punkt]

Zeige, dass jeder Hamilton'sche Graph auf  $n$  Ecken mit  $m > n^2/4$  Kanten Kreise jeder Länge  $\ell = 3, 4, \dots, n$  enthält.

### Aufgabe 7

[2 Punkte]

Zeige, dass jeder  $k$ -reguläre Graph auf  $2k + 1$  Ecken einen Hamiltonkreis enthält.

---

### Aufgabe 8 (für die schriftliche Abgabe)

Zeige, dass jeder Graph auf  $n$  Ecken mit  $m > \binom{n-1}{2} + 1$  Kanten einen Hamiltonkreis enthält.