

# Graphentheorie

## 1. Serie

Besprechung am 11. April 2016

<http://bit.ly/1MVPZKA>

---

### Aufgabe 1 (Nr. 3 in §0)

Ein Graph  $G$  enthalte einen Kreis  $C$  und einen Weg  $P$  der Länge  $\geq k$  zwischen zwei Ecken von  $C$ . Zeige, dass der Umfang von  $G$  mindestens  $\sqrt{k}$  ist.

### Aufgabe 2 (Nr. 13 in §0)

Gibt es ein  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ , so dass Graphen  $G$  mit  $\delta(G) \geq f(k)$  stets  $k$ -zusammenhängend sind?

### Aufgabe 3 (Nr. 27 in §0)

Beweise oder widerlege, dass ein zusammenhängender Graph genau dann bipartit ist, wenn es keine zwei benachbarten Ecken gibt, die den gleichen Abstand von einer dritten Ecke haben.

---

### Aufgabe 4

[1 Punkt]

Zeige, dass jede Ecke eines 2-zusammenhängenden Graphen auf einem Kreis liegt. Gilt dies auch dann noch, wenn der 2-Zusammenhang durch Minimalgrad  $\geq 2$  ersetzt wird?

### Aufgabe 5 (Nr. 18 in §0)

[1 Punkt]

Zeige, dass ein Baum ohne Ecken vom Grad 2 mehr Blätter als andere Ecken hat.

### Aufgabe 6 (Nr. 20 in §0)

[1 Punkt]

Zeige, dass ein Graph genau dann 2-kantenzusammenhängend ist, wenn er eine *stark zusammenhängende* Orientierung hat: eine Orientierung, in der jede Ecke von jeder anderen aus auf einem gerichteten Weg erreichbar ist.

### Aufgabe 7 (Nr. 8 in §0)

[2 Punkte]

Zeige, dass jeder zusammenhängende Graph  $G$  einen Weg der Länge  $\min\{2\delta(G), |V| - 1\}$  enthält.

---

### Aufgabe 8 (für die schriftliche Abgabe, Nr. 28 in §0)

Finde eine Funktion  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  mit der Eigenschaft, dass für alle  $k \in \mathbb{N}$  jeder Graph  $G$  mit Durchschnittsgrad  $d(G) \geq f(k)$  einen bipartiten Teilgraphen  $H$  mit  $\delta(H) \geq k$  hat.