

## Graphentheorie

### 5. Serie

#### Besprechung am 16. Mai 2013

**Aufgabe 1** (D-De, §2, Nr. 4) [1 Punkt]

Es seien  $G$  ein Graph und  $X, X' \subseteq V(G)$  zwei minimale  $G$  trennende Eckenmengen. Die Menge  $X$  treffe mindestens zwei Komponenten von  $G - X'$ . Zeige, dass  $X'$  alle Komponenten von  $G - X$  trifft, und dass  $X$  alle Komponenten von  $G - X'$  trifft.

**Aufgabe 2** (D-De, §2, Nr. 14<sup>+</sup>) [2 Punkte]

Ein Graph  $G = (V, E)$  heißt *transitiv*, wenn für je zwei Ecken  $x, y \in V$  ein Automorphismus existiert, der  $x$  auf  $y$  abbildet. Zeige, dass jeder transitive Graph  $G$  mit  $\kappa(G) = 2$  ein Kreis ist.

**Aufgabe 3** (D-De, §2, Nr. 21 & 22) [1 Punkt]

- (a) Zeige, dass für  $k \geq 2$  jeder  $k$ -zusammenhängende Graph mit mindestens  $2k$  Ecken einen Kreis der Länge mindestens  $2k$  enthält.
- (b) Zeige, dass in einem  $k$ -zusammenhängenden Graphen ( $k \geq 2$ ) je  $k$  Ecken auf einem gemeinsamen Kreis liegen.

**Aufgabe 4** (D-De, §3, Nr. 17<sup>-</sup>)

Hat jeder plättbare Graph eine Zeichnung, in der jedes Innengebiet konvex ist?

**Aufgabe 5** (D-De, §3, Nr. 19<sup>-</sup>)

Enthält jeder *minimal nicht plättbare* Graph  $G$  (d.h. jeder nicht plättbare Graph  $G$ , dessen echte Teilgraphen alle plättbar sind) eine Kante  $e$ , für die  $G - e$  maximal plättbar ist? Ändert sich die Antwort, wenn man unter „minimal nicht plättbar“ einen nicht plättbaren Graphen versteht, dessen echte Minoren alle plättbar sind?

**Aufgabe 6** (D-De, §3, Nr. 20) [2 Punkte]

Zeige, dass in einem maximal plättbaren Graphen mit mindestens 6 Ecken jede zusätzliche Kante sowohl einen  $TK_5$  als auch einen  $TK_{3,3}$  entstehen lässt.