

## Graphentheorie

### 3. Serie

#### Besprechung am 25. April 2013

**Aufgabe 1** (D-De, §1, Nr. 4<sup>+</sup>) [2 Punkte]

In einem fest vorgegebenen Graphen  $G$  konstruieren zwei Spieler gemeinsam schrittweise einen Weg. Ist nach  $n$  Spielzügen ein Weg  $v_1 \dots v_n$  entstanden, so wählt der am Zug befindliche Spieler eine Ecke  $v_{n+1}$ , so dass  $v_1 \dots v_{n+1}$  wiederum ein Weg ist. Kann ein Spieler nicht mehr ziehen, so verliert er. Für welche Graphen  $G$  hat der erste Spieler eine Gewinnstrategie, für welche der zweite?

**Aufgabe 2** (D-De, §1, Nr. 18) [1 Punkt]

Zeige, dass ein Graph  $G$  genau dann  $k$  unabhängige Kanten enthält, wenn

$$q(G - S) \leq |S| + |G| - 2k$$

gilt für alle Eckenmengen  $S \subseteq V(G)$ .

**Aufgabe 3** (D-De, §1, Nr. 19<sup>-</sup>)

Finde einen kubischen Graphen ohne 1-Faktor.

**Aufgabe 4** (D-De, §1, Nr. 20<sup>+</sup>) [2 Punkte]

Leite den Heiratssatz (Satz 1.1.2) aus dem Satz von Tutte (Satz 1.2.1) her.

**Aufgabe 5** (D-De, §1, Nr. 28<sup>-</sup>)

Beweise die ungerichtete Version des Satzes von Gallai und Milgram (Satz 1.5.1), ohne diesen zu benutzen.

**Aufgabe 6** (D-De, §1, Nr. 31) [1 Punkt]

Beweise die folgende zum Satz von Dilworth duale Aussage: in jeder endlichen Halbordnung  $(P, \leq)$  ist die geringste Anzahl von Antiketten mit Vereinigung  $P$  gleich der größten Mächtigkeit einer Kette in  $P$ .