Graphentheorie

11. Serie

Besprechung am 04. Juli 2013

Aufgabe 1 (D-De, §8, Nr. 1) [1 Punkt]

Ein orientierter vollständigen Graph heißt *Turnier*, d. h. ein Turnier $T = (V, A)$ hat die Eigenschaft, dass für jedes Paar $\{u, v\} \in \binom{V}{2}$ genau eine der beiden gerichteten Kanten (u, v) oder (v, u) in A enthalten ist. Zeige, dass jedes Turnier einen (gerichteten) Hamiltonweg enthält.

Aufgabe 2 (D-De, §8, Nr. 9^-)

Leite den Satz von Dirac (Satz 8.1.1) aus dem Satz von Chvátal (Satz 8.2.1) her.

Aufgabe 3 (D-De, §9, Nr. 6)

Seien $\mathcal{P}_1, \dots, \mathcal{P}_k$ Grapheneigenschaften und $0 \leq p = p(n) \leq 1$, so dass für jedes $i \in [k]$ fast jeder Graph in $G(n, p)$ die Eigenschaft $\mathcal{P}_i$ hat. Zeige, dass fast jeder Graph $G(n, p)$ die Eigenschaft $\mathcal{P} = \mathcal{P}_1 \cap \dots \cap \mathcal{P}_k$ hat.

Aufgabe 4 (D-De, §9, Nr. 7) [2 Punkte]

Bestimmen Sie den Schwellenwert für die Eigenschaft Durchmesser höchstens 2 zu haben.

Aufgabe 5 [2 Punkte]

Zeige, dass jede *monoton wachsende* Grapheneigenschaft $\mathcal{P}$, d. h. falls $H \subseteq G$ und $H \in \mathcal{P}$, dann gilt auch $G \in \mathcal{P}$, einen Schwellenwert hat.

Aufgabe 6 (D-De, §9, Nr. 8) [1 Punkt]

Zeige, dass für $p \in (0, 1)$ fast kein Graph in $G(n, p)$ einen trennenden vollständigen Untergraphen hat.