Übungsblatt # 1
Lineare Algebra und Analytische Geometrie 1

WS 2014/15 Dozent: Ingo Runkel

Kurze Fragen (5 P)

Bitte beantworten Sie die folgenden Fragen mit kurzer Begründung (1-2 Sätze).

1. Ist $((A \wedge B) \vee C) \Leftrightarrow (A \wedge (B \vee C))$ eine Tautologie?
2. Ist $\{(x^2, x^2) | x \in \mathbb{R}\}$ eine Gerade?
3. Welche der folgenden Zeichenfolgen sind Ausdrücke, Aussagen, oder Aussageformen?

   $\forall v_1 : w_1 \in w_2$

   $\forall v_1 \in w_1 \ : \ v_1 \Rightarrow w_2$

   $w_1 \in v_1 \ \Rightarrow \ \exists v_2 : v_2 \in w_1$

Aufgabe 1 (4 P)

Vervollständigen Sie den Beweis zu Satz 0.2.3: Zeigen Sie den Fall $u_1 = 0$ in $(a) \Rightarrow (b)$ und die Richtung $(b) \Rightarrow (a)$.

Aufgabe 2 (6 P)

Seien $G = \{p + tu | t \in \mathbb{R}\}$ und $H = \{q + sv | s \in \mathbb{R}\}$ zwei Geraden im $\mathbb{R}^2$.

1. Zeigen Sie: Wenn G und H keinen gemeinsamen Punkt haben, dann gibt es $a \in \mathbb{R}$, so dass $v = au$. Was bedeutet dies geometrisch?
2. Beweisen Sie, oder widerlegen Sie durch ein Gegenbeispiel: Die Aussage in 1. gilt auch für Geraden im $\mathbb{R}^3$.

Bitte wenden.

Aufgabe 3 (4 P)
Zeigen Sie, dass folgende Aussagen wahr sind.

1. $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow ((\neg B) \Rightarrow (\neg A))$
2. $(A \wedge (A \Rightarrow B)) \Rightarrow B$

Aufgabe 4 (5 P)
In der Vorlesung hatten wir $\forall x \in M : A$ und $\exists x \in M : A$ definiert. Z.B. war $\forall x \in M : A$ definiert als $\forall x : A \vee x \notin M$.

1. Zeigen Sie, dass die Verneinung von $\forall x \in M : A$ gerade $\exists x \in M : \neg A$ ist (durch Zurückführen auf die Definition und durch Eigenschaften von $\forall x$ und $\exists x$).
2. Was ist die Verneinung von $\exists x \in M : A$? Beweisen Sie Ihre Aussage.