Vorkurs Mathematik: Übungsblatt 5

Analytische Geometrie und Lineare Algebra

Aufgabe 1 *Gegeben seien die Punkte* $P := (-3, 2)$ *und* $Q := (1, -1) \in \mathbb{R}^2$.

1. *Geben Sie die Gerade durch* P *und* Q *in Parameterform an.*
2. *Geben Sie eine Normalenform* $a_1x_1 + a_2x_2 = b$ *für diese Gerade an. Tipp: Finden Sie zuerst einen (beliebigen) Vektor, der auf der Gerade senkrecht steht. Seine Komponenten/Einträge geben Ihnen Werte für die zu bestimmenden Koeffizienten* a_1, a_2. *Setzen Sie dann* P *oder* Q *ein, um auch die Konstante* b *zu bestimmen.*

Aufgabe 2 *Es sei* $a_1, a_2 \neq 0$. *Zeichnen Sie die durch* $a_1x_1 + a_2x_2 = b$ *bestimmte Gerade im* $\mathbb{R}^2$, *indem Sie die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen bestimmen.*

Aufgabe 3 *Berechnen Sie die Länge der Strecke*

$$\left\{ \vec{x} \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; \vec{x} = \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{mit } 1 \leq \lambda \leq 2 \right\}$$

Aufgabe 4 *Es sei* $(a_1, a_2, a_3) \neq (0, 0, 0)$ *Zeigen Sie, dass der Vektor* (a_1, a_2, a_3) *auf der durch* $a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 = b$ *beschriebenen Ebene im* $\mathbb{R}^3$ *senkrecht steht.*

Aufgabe 5 *Zeigen Sie, dass die Vektoren* $v_1 := (1, 0, 0)$, $v_2 := (1, 1, 0)$ *und* $v_3 := (1, 1, 1)$ $(v_i \in \mathbb{R}^3)$ *linear unabhängig sind.*
Bilden sie ein Erzeugendensystem? Haben alle Vektoren v_i *die Länge* 1? *Stehen je zwei der Vektoren aufeinander senkrecht?*

Aufgabe 6 *Bestimmen Sie die Lösung des linearen Gleichungssystems*

$$\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & = & 1 \\ 2x_1 & + & x_2 & - & x_3 & = & -1 \\ -x_1 & + & 2x_2 & + & 2x_3 & = & 1 \end{array}$$

Differentialrechnung

Aufgabe 7 *Berechnen Sie den Differentialquotienten für die Abbildung*

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto 3x + 1$$

im Punkt $x_0 = 5$.
(Anleitung: Sie beginnen mit der Gleichung $f'(x_0) = \lim\limits_{h \to 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} = \ldots$*)*

Aufgabe 8 *Berechnen Sie die Ableitung folgender reeller Funktionen:*

$f(s) = 5s^3 - 9s$	$d(x) = \sin(x) \cdot x^2$
$h(x) = \frac{x^3}{x^2}$	$p(x) = \frac{2x}{\cos(x)}$
$g(y) = \frac{y \cdot \sin(y)}{6}$	$p(y) = (4y - 3)^3$
$f(y) = \frac{4y^2 + 3}{7y^3 - 2y}$	$k(x) = \sin(2x^2)$.

Aufgabe 9 *Geben Sie alle Ableitungen der Abbildung*

$$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto \sin(x)$$

an. (Hinweis: Berechnen Sie zunächst nur die ersten vier Ableitungen von g, *den Rest kann man dann vielleicht schon erkennen ...)*