Vorkurs Mathematik: Übungsblatt 2

Aufgabe 1 *1. Berechne* $\frac{3}{7} \cdot (5+2)$ *in* $\mathbb{Q}$.

2. *Berechne* $\frac{1-b^2}{5} \cdot \frac{15}{1-b}$ *für* $b \in \mathbb{Q} \setminus \{1\}$.

3. *Bestimme* $\frac{4}{\frac{2}{10}}$

4. *Berechne* $\frac{\frac{10}{7}}{38} \cdot 14$

5. *Wie kann man die beliebig langen Summen*

$$(2+4+6+8+...+2n) \text{ bzw. } (-1,+2,-3,+4,-5,...,\pm n)$$

(bis zum $n-$ *ten Summanden) ohne „Pünktchen“ darstellen?*

Aufgabe 2 *1. Geben Sie die Dezimaldarstellung der rationalen Zahlen* $\frac{1}{3}, \frac{5}{4}, \frac{9}{10}$ *und* $\frac{11}{8}$ *an.*

2. *Geben Sie die Dezimaldarstellung der rationalen Zahl* $\frac{3}{10}$ *an.*
Welche mathematische Operation auf $\mathbb{Q}$ *entspricht der Berechnung von 30 Prozent einer (rationalen) Zahl* p*?*

Aufgabe 3 *1. Berechne* $\sum_{k=4}^{6}(k^2)$.

2. *Berechne* $\sum_{k=2}^{7}(k/2)$.

3. *Berechne* $\sum_{k=1}^{4}(2^k)$.

4. *Berechne* $\sum_{k=1}^{5} a_k$ *für* $a_k := 3k+4$.

5. *Für* a_k *wie oben und* $b_k := -3k$ *berechne* $\sum_{k=1}^{10} a_k + \sum_{k=1}^{10} b_k$ *mit möglichst wenig Rechenaufwand.*

Aufgabe 4 *Wieviele verschiedene Möglichkeiten gibt es, 5 verschiedene Blumen aus 7 (unterschiedlichen) auszuwählen, wenn*

1. *die Reihenfolge des Auswählens beachtet (unterschieden) wird?*

2. *die Reihenfolge des Auswählens unbeachtet bleibt?*

Aufgabe 5 *Multipliziere für beliebige* $x, y \in \mathbb{R}$ *den Term* $(x+y)^4$ *aus unter Verwendung*

- *der Binomialkoeffizienten.*
- *des Pascalschen Dreiecks.*

Welches Ergebnis liefert der binomische Lehrsatz, wenn man $x = y = 1$ *setzt?*

Aufgabe 6 *Wie läßt sich die Abbildung*

$$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto 2x - 1$$

geometrisch interpretieren?
Skizzieren Sie dazu den Graphen der Funktion.
Sei nun zusätzlich die Funktion

$$h : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto 4x$$

gegeben. Wie lauten dann die Abbildungsvorschriften für $g \circ h$ *und* $h \circ g$*?*
Ist die Verknüpfung von Abbildungen allgemein kommutativ?

Aufgabe 7 *Beweisen Sie durch Induktion* $\sum\limits_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6}$ *für alle* $n \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 8 *Zeigen Sie anhand der Definition, dass alle Funktionen der Form*

$$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto ax + b$$

mit $a, b \in \mathbb{R}$ *und* $a \neq 0$ *(Geraden) bijektiv sind. (Weisen Sie die Injektivität und die Surjektivität dazu getrennt nach.)*

Aufgabe 9 *Überprüfen Sie die folgenden Abbildungen auf Injektivität, Surjektivität und Bijektivität:*

- $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^3$
- $k : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : y \mapsto y^4 - 1$
- $g : \mathbb{R} \to: \mathbb{R} : z \mapsto 2z + 1$ *(ist hier noch viel zu tun?)*

Skizzieren Sie sich die Graphen zu den Abbildungen (falls nicht bereits geschehen) und stellen Sie Regeln auf, wie man an den Graphen direkt die In-, Sur- bzw. Bijektivität ablesen kann (Hinweis: Stellen Sie sich Ihr Koordinatensystem von horizontalen Linien durchzogen vor und betrachten die Schnittpunkte der Graphen mit den Horizontalen.).