Übungsaufgaben zur Algebraischen Topologie I

Prof. Dr. Birgit Richter

Sommersemester 2005

Blatt 12 Abgabetermin: Freitag, 15.7. 2005

Aufgabe 45 (Kleinsche Flasche) 1 + 2 Punkte

a) Berechnen Sie die Fundamentalgruppe der Kleinschen Flasche.

b) Wie viele 3-blättrige Überlagerungen der Kleinschen Flasche gibt es bis auf Äquivalenz?

Aufgabe 46 (Konfigurationsräume) 2 + 1 Punkte

Betrachten Sie den geordneten Konfigurationsraum

$$\tilde{C}_n(\mathbb{R}^2) := \{(x_1, \ldots, x_n) \mid x_i \in \mathbb{R}^2, x_i \neq x_j \text{ für } i \neq j\}$$

und den ungeordneten Konfigurationsraum

$$C_n(\mathbb{R}^2) := \{\{x_1, \ldots, x_n\} \mid x_i \in \mathbb{R}^2, |\{x_1, \ldots, x_n\}| = n\}$$

aller Konfigurationen von n Punkten des $\mathbb{R}^2$.

a) Fassen Sie $C_n(\mathbb{R}^2)$ als Quotienten von $\tilde{C}_n(\mathbb{R}^2)$ auf und zeigen Sie, dass die Projektionsabbildung eine Überlagerung definiert.

b) Was ist die Deckbewegungsgruppe?

Aufgabe 47 (Klassifikation in Beispielen) 1 + 1 + 1 Punkte

Klassifizieren Sie alle Überlagerungen (bis auf Äquivalenz)

a) des Linsenraumes $L(m, q)$,

b) des Torus $\mathbb{S}^1 \times \mathbb{S}^1$

c) und von $\mathbb{S}^1 \vee \mathbb{S}^2$. Zeichnen Sie ein einfaches Modell der universellen Überlagerung für diesen Raum.

Aufgabe 48 ($\mathbb{S}^1 \vee \mathbb{S}^1$) 3 Punkte

Klassifizieren Sie und zeichnen Sie die 3-blättrigen Überlagerungen von $\mathbb{S}^1 \vee \mathbb{S}^1$. Welche davon sind regulär und welche nicht?