

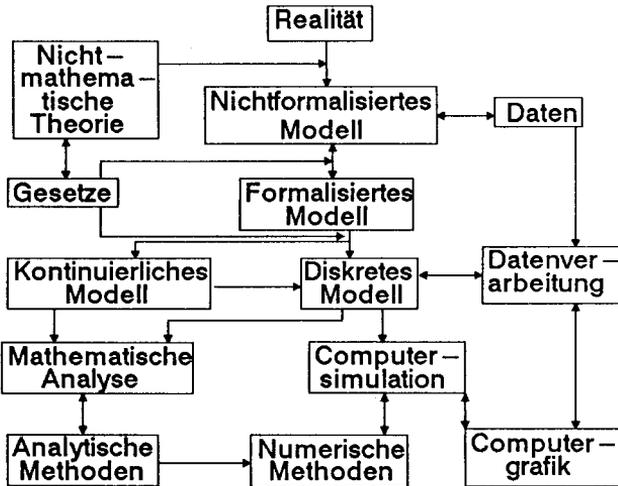
Hamburger Beiträge **zur Angewandten Mathematik**

Simulation dynamischer Vorgänge .

**Zur "System Dynamics" – Methode
und ihren Problemen**

Claus Peter Ortlieb

Reihe C
Mathematische Modelle und Simulation 1
März 1987



Mathematische Modelle und Simulation

In dieser Serie sollen Aktivitäten im Bereich der Angewandten Mathematik dokumentiert werden, die sich mit der mathematischen Formulierung und Behandlung realer Probleme – insbesondere dynamischer Vorgänge – befassen. Dabei geht es vor allem darum, die Wechselbeziehungen zwischen den verschiedenen, zum Mathematisierungs- und Modellierungsprozeß gehörenden Teilbereiche aufzuhehlen.

Gedacht ist beispielsweise an Übersichtsartikel sowie Darstellungen von und Auseinandersetzungen mit in der Literatur vorgefundenen oder selbst entwickelten mathematischen Modellen.

Auf eine Darstellung, die Anwendern und mathematisch gebildeten Laien verständlich ist, wird Wert gelegt. Auf diese Weise soll auch der Kommunikationsprozeß zwischen der Mathematik und ihren Anwendungsfächern gefördert werden.

Verantwortliche: C.P. Ortlieb
B. Werner

Hamburger Beiträge zur Angewandten Mathematik

- Reihe A Preprints
- Reihe B Berichte
- Reihe C Mathematische Modelle und Simulation
- Reihe D Elektrische Netzwerke

SIMULATION DYNAMISCHER VORGÄNGE

ZUR "SYSTEM DYNAMICS" - METHODE UND IHREN PROBLEMEN

Claus Peter Ortlieb

Simulation ist heute eine Domäne von Nichtmathematikern (Ingenieuren, Informatikern), die oft einen direkten Weg vom realen Problem zur Computersimulation suchen, ohne explizite Formulierung eines mathematischen Modells. "System Dynamics" ist eine Methode, die diesen Weg geht. An einem einfachen Beispiel soll in diese Methode eingeführt und auf einige mit ihr verbundene, für Praktiker aber häufig verdeckte mathematische Probleme hingewiesen werden.

| | | |
|----|--|----|
| 1 | Einleitung | 2 |
| 2 | Das Kaibab-Plateau-Modell. Problemstellung | 4 |
| 3 | Wirkungsdiagramm | 5 |
| 4 | Das Level-Rate-Konzept | 6 |
| 5 | Systemdiagramm | 9 |
| 6 | Tabellenfunktionen. DYNAMO-Programm. Ergebnisse | 14 |
| 7 | Methodologische Zwischenbemerkung | 20 |
| 8 | Die Differentialgleichungen des Kaibab-Plateau-Modells | 21 |
| 9 | Abhängigkeit von den Anfangswerten | 23 |
| 10 | Abhängigkeit von externen Konstanten | 26 |
| 11 | Gleichgewichtszustand | 28 |
| 12 | Abhängigkeit von Tabellenfunktionen | 29 |
| 13 | Mehrere Gleichgewichtszustände | 32 |
| 14 | Resümee | 36 |

1 Einleitung

System Dynamics wurde zu Beginn der sechziger Jahre am Massachusetts Institute of Technology (MIT) von FORRESTER [1], [2] entwickelt. Es handelt sich um eine Methode zur Computersimulation des dynamischen Verhaltens komplexer Systeme. Sie wurde zunächst vor allem auf ökonomische und gesellschaftliche, später auch auf ökologische Fragestellungen angewendet.

Fragestellungen dieser Art zeichnen sich gegenüber physikalischen und technischen Problemen dadurch aus, daß sie i.a. in einer nicht oder nur wenig formalisierten Darstellung vorliegen, die sich nicht unmittelbar in den Computer umsetzen läßt. Der für die Computersimulation entscheidende Schritt - und hierin liegt die wichtigste Aufgabe von System Dynamics - besteht also darin, das vorliegende Problem so zu formalisieren, daß es auf dem Rechner behandelt werden kann. Darüberhinaus bietet System Dynamics die spezielle Programmiersprache DYNAMO an, die auf die Simulation dynamischer Vorgänge besonders zugeschnitten ist, aber auch durch andere Programmiersprachen wie BASIC oder PASCAL ersetzt werden kann.

Ein Ziel von System Dynamics kann in der Aufstellung von Prognosen über das Verhalten des untersuchten Systems liegen. Bekannt wurde vor allem die Anwendung auf die Entwicklung der Weltmodelle von FORRESTER [3] und MEADOWS [4], in denen - die Fortschreibung bestehender Tendenzen vorausgesetzt - der Zusammenbruch des Ökosystems Erde prognostiziert wurde. Diese Arbeiten riefen, da sie großes öffentliches Aufsehen erregten, zum einen eine heftige Methodenkritik, zum anderen eine Reihe von Gegenmodellen und Modifikationen hervor; einen guten Überblick hierüber geben GRÜN / WIENER [5].

Wenn man auch die Anwendung auf das - möglicherweise hierfür zu komplexe - System Erde kritisieren mag, so gehört System Dynamics heute doch zur Standardausrüstung des Modellbauers (s. etwa NIEMEYER [6]), wozu auch ein gewisser Ausbau und Verfeinerungen der Methode durch die System Dynamics - Arbeitsgruppe des MIT (s. RICHARDSON / PUGH [7]) und andere beigetragen haben mögen.

Die Methode wird insbesondere im Bereich der Ökologie zunehmend verwendet, neuerdings etwa auch bei der Simulation so komplexer Vorgänge wie der Dynamik des Waldsterbens (BOSEL / METZLER / SCHÄFER [8]). Zusätzliche Popularität bringt die Verbreitung der Personal-Computer, auf denen man System Dynamics - Modelle inzwischen nicht nur mithilfe von DYNAMO-Programmen und -Compilern (CRAEMER [9]), sondern auch in BASIC (BOSEL [10]) oder PASCAL (RAUCH [11]) durchrechnen und graphisch veranschaulichen kann.

Die immer weitere Verbreitung und Popularisierung der Methode fördert die Tendenz, dem Anwender die dem jeweiligen Modell zugrundeliegenden mathematischen Gleichungen möglichst vom Leibe zu halten, z.B. durch Software, die eine einfache Modellformulierung allein mit graphischen Symbolen ermöglicht. Darin steckt die Gefahr, daß die mit einem Modell verbundenen (mathematischen) Probleme dem Anwender gar nicht mehr ins Bewußtsein kommen können, so daß eine Beurteilung der Simulationsergebnisse schwierig bis unmöglich wird. Ob die System Dynamics - Erfinder selbst die mit ihrer Methode verbundenen mathematischen Probleme immer gesehen haben, sei einmal dahingestellt.

Auf solche Probleme will ich im folgenden hinweisen. Hierzu werde ich zunächst an einem einfachen Beispiel die Funktionsweise von System Dynamics erläutern. Es handelt sich um das sogenannte *Kaibab-Plateau-Modell* in der Darstellung von GOODMAN [12]. Anschließend will ich an diesem Beispiel einige mathematische Probleme erörtern, wie sie im Zusammenhang mit System Dynamics immer wieder auftreten.

Der vorliegende Aufsatz soll also zum einen eine kurze und informelle *Einführung in System Dynamics* geben, zum anderen ansatzweise an dieser Methode zur Entwicklung von Simulationsmodellen *Kritik aus mathematischer Sicht* üben. Sie mag dazu dienen, tiefergehende mathematische Untersuchungen anzuregen und vielleicht Anwender von System Dynamics zu veranlassen, diese Methode zwar nicht zu verwerfen, sie aber doch nur mit der gebotenen Vorsicht auf die eigenen Fragestellungen loszulassen.

2 Das Kaibab-Plateau-Modell. Problemstellung

Das Kaibab-Plateau liegt im Norden des Grand Canyon in Arizona und umfaßt eine Fläche von ca. 727 000 acres (1 acre = 4046,8 m²). Bis zum Jahre 1907 lebte dort eine Herde von ungefähr 4000 Hirschen. 1907 wurde eine Abschußprämie für Berglöwen, Wölfe und Kojoten ausgesetzt, also für alle natürlichen Feinde der Hirsche. Innerhalb von 15 bis 20 Jahren wurde der Räuberbestand rapide verringert, mehr als 8000 Räuber wurden abgeschossen. Das hatte bis 1918 eine Verzehnfachung der Hirschpopulation zur Folge. Die offensichtliche Überweidung des Gebiets brachte erste Warnungen

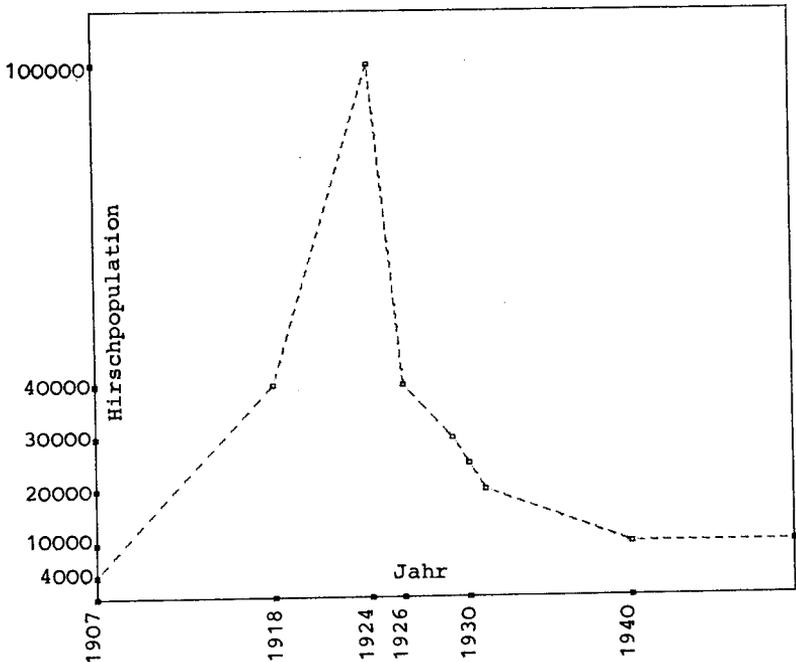


Abb. 1 : Empirische Basis des Kaibab-Plateau-Modells
Entwicklung der Hirschpopulation von 1907 bis 1950
(die gestrichelten Linien dienen nur zur Verdeutlichung)

von Experten, die jedoch folgenlos blieben. Da die Hirsche weder abgeschossen wurden noch ihren - praktisch nicht mehr vorhande-

nen - natürlichen Feinden zum Opfer fielen, erreichte die Herde 1924 eine Stärke von 100 000 Tieren.

Da jetzt nicht mehr genug Futter vorhanden war, starben in den folgenden beiden Wintern 60 % der Tiere. Wegen der langfristigen Zerstörung der Ernährungsgrundlagen durch Überweidung wurde der Bestand weiter reduziert, bis er sich 1940 bei 10 000 Tieren stabilisierte, nur ungefähr halb so viel, wie theoretisch durch rechtzeitigen Abschluß von Hirschen hätte beibehalten werden können (s. Abb. 1, KORMODY [13], Angaben nach GOODMAN [12], S.377).

Es soll nun ein Modell entwickelt werden, das die empirischen Daten möglichst gut wiedergibt. Zu beachten ist, daß bereits in der Problemformulierung Ursache-Wirkung-Aussagen enthalten sind (Abschuß der Räuber bewirkt Anwachsen der Hirschpopulation, dadurch Überweidung, dadurch Zusammenbruch der Hirschpopulation), die natürlich beachtet werden müssen.

Aus empirischen Daten allein kann nie ein Modell entwickelt werden, es müssen immer Hypothesen über Wirkungszusammenhänge hinzukommen. Die Übereinstimmung der Simulationsergebnisse mag dann als Bestätigung dieser Hypothesen und der Zuverlässigkeit möglicher Prognosen gewertet werden.

3 Wirkungsdiagramm

Der erste Schritt zur Erstellung eines System Dynamics - Modells besteht stets darin, alle für die Fragestellung als relevant erachteten Größen zu erfassen und Wirkungsbeziehungen zwischen ihnen herzustellen. Das Bestehen eines Wirkungszusammenhangs wird durch einen Pfeil dargestellt, der mit einem Vorzeichen (" + " oder " - ") versehen wird, je nachdem ob die Wirkung gleich- oder entgegengerichtet ist.

$$A \xrightarrow{+} B \quad \text{bzw.} \quad A \xrightarrow{-} B$$

soll also bedeuten, daß die Größe A auf die Größe B eine positive, B vergrößernde bzw. negative, B verkleinernde Wirkung ausübt.

Im Zentrum jedes System Dynamics - Modells stehen die *Zustandsvariablen*; sie legen den aktuellen Zustand des Systems eindeutig fest, alle übrigen Variablen lassen sich aus ihnen unmittelbar berechnen. Die Anzahl der Zustandsvariablen entspricht gewissermaßen der Zahl der Freiheitsgrade bei mechanischen Modellen.

Unter den *Raten* versteht man die Zuwachs- und Zerfallsraten (Änderungen pro Zeit) der Zustandsvariablen. Jede Rate ist also einer Zustandsvariablen eindeutig zugeordnet. Im Wirkungsdiagramm (s. nächster Abschnitt) werden Level und zugehörige Raten in charakteristischer Weise dargestellt (s. Abb. 3). Die dahinterstehende Vorstellung ist die eines Materialstromes von einer außerhalb des Systems liegenden Quelle in das System und von dort wieder hinaus, wobei diese Stöme gewissermaßen durch Ventile gedrosselt oder verstärkt werden.

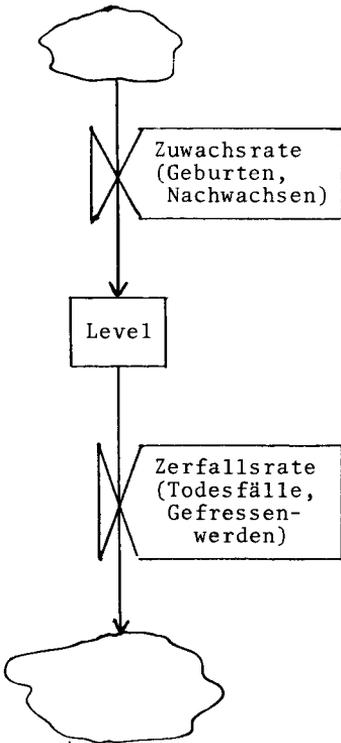


Abb. 3 : Level-Rate-Konzept

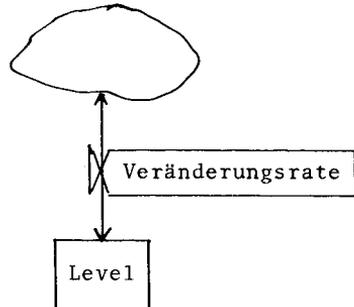


Abb. 4 : Darstellung mit nur einer Rate

Es ist oft sinnvoll, Zuwachs- und Zerfallsrate zu einer einzigen Veränderungsrate zusammenzufassen (s. Abb. 4), die dann sowohl positive als auch negative Werte annehmen kann.

| Name | Bedeutung | Maßeinheit | Typ |
|------|--|---------------------|-----|
| HP | Hirschpopulation, Zahl der Hirsche | Hirsche | L |
| HWR | Hirschwachstumsrate | Hirsche/Jahr | R |
| HBR | Hirschbeuterate | Hirsche/Jahr | R |
| F | Futtermenge | FE | L |
| FER | Futtererzeugungsrate | FE/Jahr | R |
| FKR | Futterkonsumrate | FE/Jahr | R |
| RP | Räuberpopulation, Zahl der Räuber | Räuber | L |
| RWR | Räuberwachstumsrate | Räuber/Jahr | R |
| RAR | Räuberabschußrate | Räuber/Jahr | R |
| HWF | Hirschwachstumsfaktor, relative Zuwachsrate | 1/Jahr | A |
| FPH | Futter pro Hirsch | FE/Hirsch | A |
| KPH | Konsum pro Hirsch | FE/Hirsch/Jahr | A |
| FK | Futterkapazität | FE | C |
| HD | Hirschkichte | Hirsche/acre | A |
| A | Fläche | acre | A |
| BPR | Beute pro Räuber | Hirsche/Räuber/Jahr | A |
| RWF | Räuberwachstumsfaktor, relative Wachstumsrate | 1/Jahr | A |
| RAF | Räuberabschußfaktor, Anteil der pro Jahr abgeschossenen Räuber | 1/Jahr | C |

FE : Futterereinheit = pro Hirsch und Jahr benötigte Menge Futter, um Gleichgewicht **ohne** Räuber zu erhalten

Tab. 5 : Konstanten und Variablen im Kaibab-Plateau-Modell

Die Größe der Raten berechnet sich wiederum aus dem Zustand des Systems, also aus den Zustandsvariablen. Die *Hilfsvariablen* spielen bei diesen Rechnungen die Rolle von Zwischenergebnissen, haben aber dennoch i.a. für das System eine eigene Bedeutung. In diese Rechnungen können ferner *Konstanten* eingehen, das sind solche Größen, die durch den Zustand des Systems nicht beeinflußt werden.

Es ist nicht immer klar, welche Systemgrößen man als Zustandsvariablen wählen soll. Hier ist eine Entscheidung zu treffen, die zwar nicht völlig willkürlich ist (einige methodische Hilfen hierzu geben RICHARDSON / PUGH [7], S. 176 ff.), für die aber in den meisten Fällen doch ein gewisser Spielraum bleibt.

Im Falle des Kaibab-Plateau-Modells trifft GOODMAN [12] die naheliegende Festlegung, die Zahl der Hirsche, die Futtermenge und die Zahl der Räuber als Zustandsvariablen des Systems zu definieren (s. Tab. 5, die Bedeutung mancher der in der Tabelle aufgeführten Größen wird erst durch den im folgenden dargestellten Zusammenhang mit anderen Größen deutlich).

5 Systemdiagramm

Nach der Festlegung, welche Größen als Zustandsvariablen anzusehen sind, kommen in Form der zugehörigen Raten einige Größen hinzu, die im Wirkungsdiagramm noch nicht auftraten. Sie ermöglichen es, die Wirkmechanismen differenzierter zu formulieren. Das geschieht im *Systemdiagramm*, einer graphischen Modellformulierung, die im Gegensatz zum Wirkungsdiagramm bereits quantitative Elemente enthält. Ich erläutere das am Beispiel des Kaibab-Plateau-Modells (s. Abb. 6):

Mit der Wahl der Zustandsvariablen F , HP und RP treten an drei Stellen im Wirkungsdiagramm Symbole der in Abb. 3 angegebenen Form auf. Zu beachten ist dabei eine an die Problemformulierung angepaßte Aufteilung der Veränderungsraten:

Bei der Räuberpopulation RP wird unterschieden zwischen der (positiven oder negativen) Räuberwachstumsrate RWR , die alle Geburten und Sterbefälle außer die durch Abschluß enthält, sowie der (nichtnegativen) Räuberabschlußrate RAR , in der alle Sterbefälle durch Abschluß erfaßt sind.

Bei der Hirschpopulation HP wird unterschieden zwischen der (positiven oder negativen) Hirschwachstumsrate HWR , in der alle Geburten und Sterbefälle enthalten sind außer denen, daß ein Hirsch

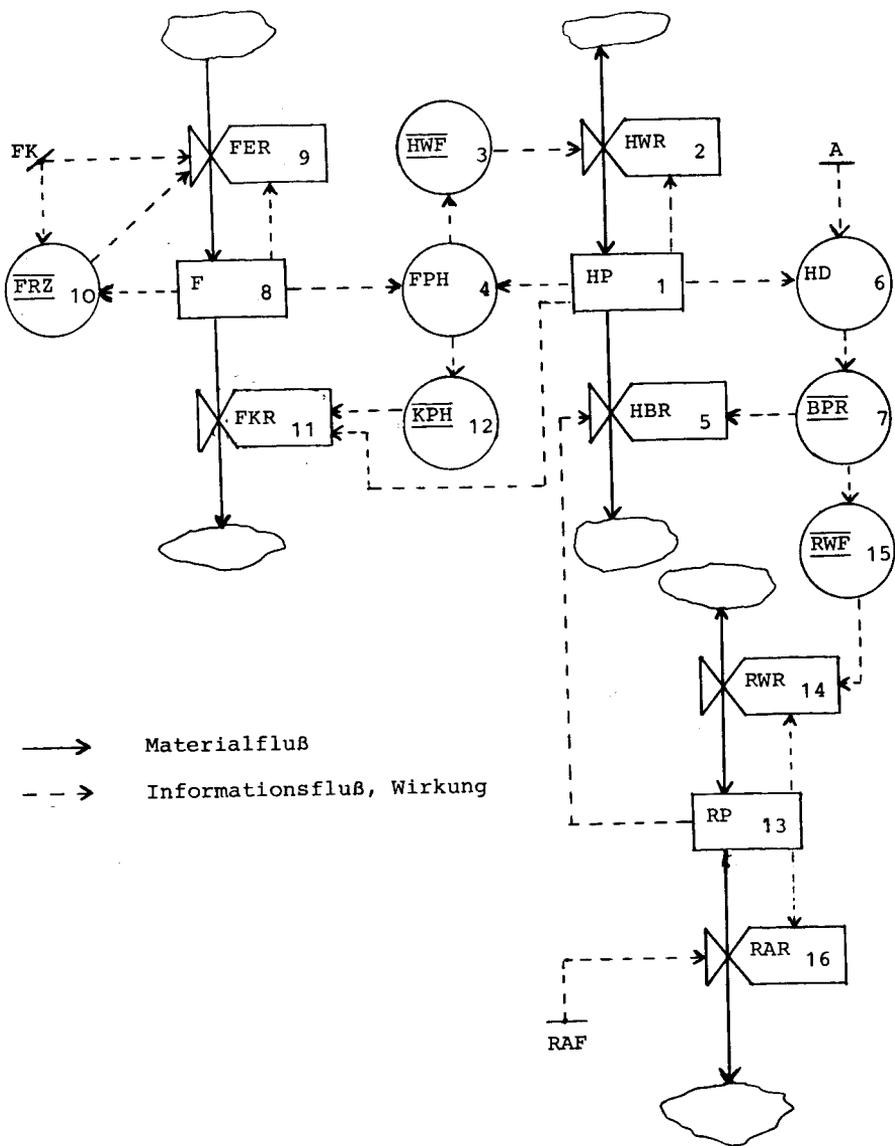


Abb. 6 : Systemdiagramm für das Kaibab-Plateau-Modell

einem Räuber zum Opfer fällt, sowie der (nichtnegativen) Hirschbeuterate HBR, die gerade diese Fälle erfaßt.

Zur Futtermenge F schließlich gehören die (nichtnegative) Futtererzeugungsrate FER, die das Nachwachsen von Futter beschreibt, sowie die (nichtnegative) Futterkonsumrate FKR, die das Gefressenwerden durch Hirsche erfaßt.

Für das Verständnis der mit System Dynamics verbundenen quantitativen Modellformulierung ist noch wichtig zu wissen, daß alle Raten für ein Zeitintervall vorgegebener Länge DT jeweils als konstant angesehen werden.

5.1 Hirschpopulation HP

Die Hirschpopulation nach einem Zeitintervall der Länge DT ergibt sich aus der Hirschpopulation zu Beginn dieses Zeitintervalls und den im Zeitintervall aufgelaufenen Veränderungen:

$$HP.\text{neu} = HP.\text{alt} + DT \cdot (HWR - HBR) .$$

5.2 Hirschwachstumsrate HWR

Die Hirschwachstumsrate HWR ist definitionsgemäß das Produkt aus Hirschpopulation und relativer Wachstumsrate HWF:

$$HWR = HWF \cdot HP .$$

5.3 Hirschwachstumsfaktor HWF

Der Hirschwachstumsfaktor (die relative Wachstumsrate) HWF ist laut Systemdiagramm eine Funktion des pro Hirsch vorhandenen Futters FPH:

$$HWF = f_1(FPH) .$$

Man beachte, daß dies erst dann eine quantitative Modellformulierung wird, wenn man die Funktion f_1 definiert, was im nächsten Abschnitt geschehen soll.

5.4 Futter pro Hirsch FPH

Das pro Hirsch vorhandene Futter FPH ist definitionsgemäß das Verhältnis von Hirschpopulation und Futtermenge:

5.5 Hirschbeuterate HBR

Die Hirschbeuterate ergibt sich definitionsgemäß als Produkt aus der Räuberpopulation RP und der pro Räuber und Zeiteinheit anfallenden Beute BPR:

$$HBR = BPR * RP .$$

5.6 Hirschdichte HD

Die Hirschdichte ist definitionsgemäß das Verhältnis von Hirschpopulation und Fläche:

$$HD = HP/A ,$$

wobei A die (konstante) Fläche des Kaibab-Plateaus bezeichnet.

5.7 Beute pro Räuber BPR

Die Beute pro Räuber und Zeiteinheit ist laut Systemdiagramm eine Funktion der Hirschdichte:

$$BPR = f_2(HD) .$$

Für f_2 gilt die in 5.3 zu f_1 gemachte Bemerkung.

5.8 Futtermenge F

Für die Futtermenge F gilt wie für alle Zustandsvariablen (s. 5.1) der Zusammenhang:

$$F_{\text{neu}} = F_{\text{alt}} + DT * (FER - FKR) .$$

5.9 Futtererzeugungsrate FER

Die Futtererzeugungsrate ist die Geschwindigkeit, mit der das Futter nachwächst. Aus der Definition der Futterregenerationszeit ergibt sich:

$$FER = (FK - F) / FRZ .$$

5.10 Futterregenerationszeit FRZ

Die Futterregenerationszeit ist die Zeit, die das Futter benötigt, um von der derzeitigen Menge F auf die maximale Futterkapazität FK anzuwachsen. Es besteht die Vorstellung, daß FRZ eine Funktion des

tatsächlich vorhandenen Anteils der Futterkapazität ist:

$$FRZ = f_3(F/FK) .$$

Für f_3 gilt die in 5.3 zu f_1 gemachte Bemerkung.

5.11 Futterkonsumrate FKR

Die Futterkonsumrate FKR ist definitionsgemäß das Produkt der Hirschpopulation HP und der pro Hirsch und Zeiteinheit konsumierten Futtermenge KPH:

$$FKR = KPH * HP .$$

5.12 Konsum pro Hirsch KPH

Der Futterkonsum pro Hirsch und Zeiteinheit KPH ist laut Systemdiagramm eine Funktion der pro Hirsch vorhandenen Futtermenge FPH:

$$KPH = f_4(FPH) .$$

Für f_4 gilt die in 5.3 zu f_1 gemachte Bemerkung.

5.13 Räuberpopulation RP

Für die Räuberpopulation RP gilt als einer Zustandsvariablen (s. 5.1):

$$RP.nu = RP.alt + DT*(RWR - RAR) .$$

5.14 Räuberwachstumsrate RWR

Die Räuberwachstumsrate RWR ist definitionsgemäß das Produkt der Räuberpopulation RP und der relativen Wachstumsrate RWF:

$$RWR = RWF * RP .$$

5.15 Räuberwachstumsfaktor RWF

Der Räuberwachstumsfaktor (die relative Wachstumsrate) RWF ist laut Systemdiagramm eine Funktion der pro Räuber und Zeiteinheit anfallenden Beute BPR:

$$RWF = f_5(BPR) .$$

5.16 Räuberabschußrate RAR

Die Räuberabschußrate RAR ist definitionsgemäß das Produkt der Räuberpopulation RP und des Räuberabschußfaktors (relative Abschußrate) RAF, der als externe Konstante angenommen wird:

$$RAR = RAF * RP .$$

6 Tabellenfunktionen . DYNAMO-Programm . Ergebnisse

Zu einer vollen Quantifizierung des Kaibab-Plateau-Modells fehlt jetzt nur noch die Angabe der Funktionen f_1, \dots, f_5 . System Dynamics sieht hier Funktionen vor, die in einem definierten beschränkten Bereich stückweise linear und außerhalb dieses Bereichs konstant sind. Nach GOODMAN [12] sollen f_1, \dots, f_5 die in Abb. 7 angegebene Gestalt haben.

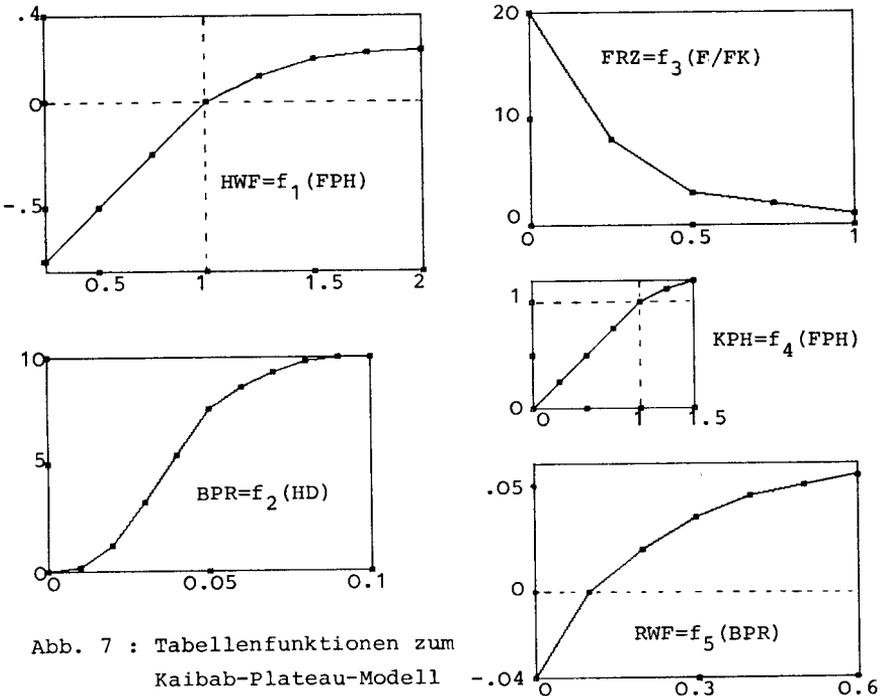


Abb. 7 : Tabellenfunktionen zum Kaibab-Plateau-Modell

1 L HP.K=HP.J+DT*(HWR.JK-HBR.JK)
N HP=HPI
C HPI=4000
2 R HWR.KL=HWF.K*HP.K
3 A HWF.K=TABHL(HWFT,FPH.K,.25,2,.25)
T HWFT=-.75/-.5/-.25/0/.12/.2/.23/.24
4 A FPH.K=F.K/HP.K
5 R HBR.KL=BPR.K*BP.K
6 A HD.K=HP.K/A
C A=800000
7 A BPR.K=TABHL(BPRT,HD.K,O,.1,.01)
T BPRT=0/.2/1.2/3.2/5.4/7.6/8.6/9.3/9.8/10/10
8 L F.K=F.J+DT*(FER.JK-FKR.JK)
N F=FI
C FI=350000
9 R FER.KL=(FK-F.K)/FRZ.K
C FK=350000
10 A FRZ.K=TABHL(FRZT,F.K/FK,O,1,.25)
T FRZT=20/8/3/2/1
11 R FKR.KL=KPH.K*HP.K
12 A KPH.K=TABHL(KPHT,FPH.K,O,1.5,.25)
T KPHT=0/.25/.5/.75/1/1.12/1.2
13 L RP.K=RP.J+DT*(RWR.JK-RAR.JK)
N RP=RPI
C RPI=8000
14 R RWR.KL=RWF.K*RP.K
15 A RWF.K=TABHL(RWFT,BPR.K,O,.6,.1)
T RWFT=-.04/0/.02/.035/.045/.05/.055
16 R RAR.KL=RAF*RP.K
C RAF=.2
C DT=.1
C LENGTH=1950
N TIME=TIMEI
C TIMEI=1907

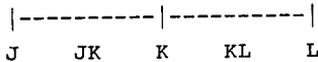
Tab. 8 : DYNAMO-Programm zum Kaibab-Plateau-Modell

Die Nummern sind die im Wirkungsdiagramm und in
Abschnitt 5 verwendeten

Zu allen fünf Funktionen ist zu sagen, daß ihr qualitativer Verlauf plausibel erscheint, für die speziellen angenommenen Zahlenwerte aber keine Begründung geliefert wird. Überraschend erscheinen mir vor allem die in den Funktionen f_2 und f_5 zum Ausdruck kommenden Beziehungen zwischen Hirschen und Räubern: Auch bei größter Hirschkichte schlägt ein durchschnittlicher Räuber nicht mehr als 10 Hirsche pro Jahr, und $1/10$ Hirsch pro Jahr und Räuber reicht aus, den Räuberbestand konstant zu halten, sofern keine Abschüsse erfolgen. Offenbar ernähren sich die Räuber im wesentlichen von anderen Beutetieren; dennoch würden sie ohne Hirsche langfristig aussterben.

Das DYNAMO-Programm (Tab. 8) enthält neben den Gleichungen aus Abschnitt 5 die Definitionen der fünf Tabellenfunktionen:

In einer mit L, R, A bzw. C bezeichneten Zeile wird einer Levelvariablen, einer Rate, einer Hilfsvariablen bzw. einer Konstanten ein Wert zugewiesen. Die Variablen sind dabei mit einem Punkt und anschließenden ein oder zwei Buchstaben versehen; ein Buchstabe bezeichnet dabei einen Zeitpunkt, zwei Buchstaben einen Zeitraum der Länge DT:



Die Zeitpunkte sind alphabetisch geordnet. In der ersten Programmzeile etwa ist also HP.J die Hirschpopulation zum Zeitpunkt J, HP.K dieselbe zum Zeitpunkt $K = J + DT$ und sind HWR.JK und HBR.JK die zugehörigen Raten im Zeitintervall JK zwischen J und K.

Die Tabellenfunktionen sind in den T-Zeilen definiert, die immer zusammen mit den vorhergehenden Zeilen zu lesen sind, in denen eine Wertzuweisung erfolgt. Zum Beispiel besagen die beiden Zeilen unter Nummer 7: BPR.K ist die Tabellenfunktion BPRT, angewandt auf HD.K; BPRT ist definiert für Werte zwischen 0 und 0.1 mit der Schrittweite 0.01; die zugehörigen 11 Funktionswerte finden sich in der nachfolgenden T-Zeile, die gerade der Funktion f_2 aus Abb.7 entspricht.

Der DYNAMO-Compiler setzt das Programm folgendermaßen in Rechnungen um:

Zunächst werden alle C-Anweisungen ausgeführt, alle Konstanten erhalten ihren Wert, der sich anschließend nicht mehr ändert. Dann werden die N-Anweisungen ausgeführt, durch die der Zeit und allen Zustandsvariablen ihre jeweiligen Anfangswerte zugewiesen werden.

Jetzt werden die A-Anweisungen ausgeführt. Der Compiler wählt dabei automatisch eine Reihenfolge, die sicherstellt, daß alle Hilfsvariablen aus den Zustandsvariablen und unmittelbar zuvor ermittelten anderen Hilfsvariablen berechnet werden. Das setzt voraus, daß im Systemdiagramm kein nur aus Hilfsvariablen bestehender Zyklus auftritt, da dann keine geeignete Reihenfolge gefunden werden kann und der Compiler mit einer Fehlermeldung antwortet.

Nach den Hilfsvariablen werden die Raten mit den R-Gleichungen berechnet, anschließend TIME um DT erhöht und die neuen Level mit den L-Gleichungen ermittelt.

Dann beginnt der Rechenzyklus mit den A-Gleichungen wieder von vorn, solange TIME kleiner als die Konstante LENGTH ist, andernfalls die Rechnung abbricht.

Die gesamte Rechnung ergibt für den Anwender natürlich erst dann einen Sinn, wenn die Ergebnisse in der einen oder anderen Form auch ausgegeben werden.

Die vom DYNAMO-Programm aus Tab. 8 erzeugten Zahlenwerte der Zustandsvariablen sind in Tab. 9 angegeben, zugehörige graphische Darstellungen in Abb. 10.

Zur Beurteilung der Güte des Modells wird man das Simulationsergebnis mit den Beobachtungsdaten vergleichen, die sich im wesentlichen auf die Hirschpopulation beziehen (Abb. 10 oben):

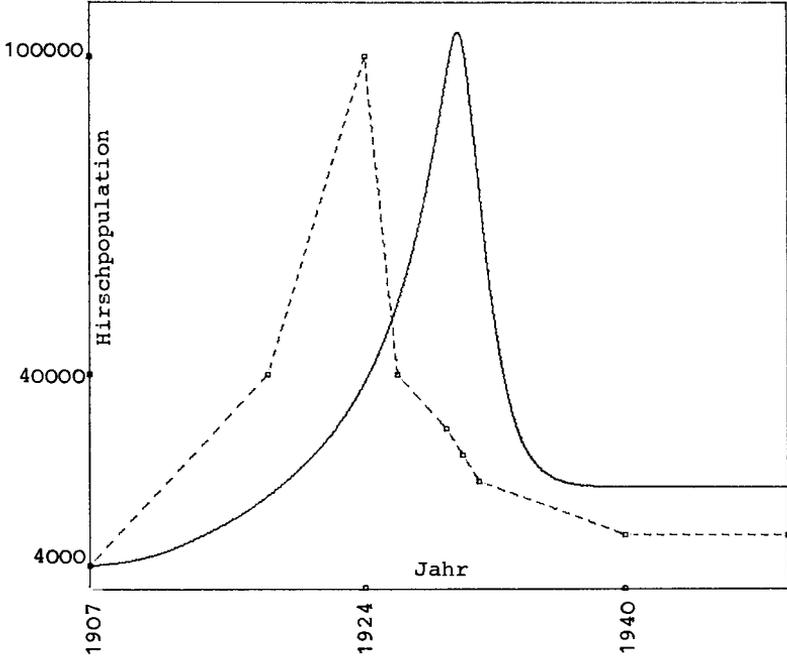
Es zeigt sich, daß Simulation und Beobachtung im qualitativen Verhalten miteinander übereinstimmen. (Aber was heißt das eigentlich? Es dürfte große Schwierigkeiten bereiten, die hier gemeinte "qualitative Übereinstimmung" mathematisch präzise zu fassen).

Allerdings ist das Simulationsergebnis gegenüber dem beobachteten Verlauf um etwa 6 Jahre verschoben, der Spitzenwert z.B. wird erst

| ZEIT | FUTTER | HIRSCHE | RÄUBER |
|------|--------|---------|--------|
| 1907 | 350000 | 4000 | 8000 |
| 1908 | 346752 | 4234 | 6540 |
| 1909 | 345281 | 4633 | 5354 |
| 1910 | 344312 | 5206 | 4394 |
| 1911 | 343373 | 5978 | 3619 |
| 1912 | 342256 | 6984 | 2993 |
| 1913 | 340833 | 8272 | 2491 |
| 1914 | 339068 | 9691 | 2110 |
| 1915 | 337046 | 11207 | 1814 |
| 1916 | 334744 | 12900 | 1567 |
| 1917 | 332064 | 14855 | 1354 |
| 1918 | 328861 | 17132 | 1170 |
| 1919 | 325074 | 19588 | 1011 |
| 1920 | 320669 | 22313 | 874 |
| 1921 | 315454 | 25444 | 755 |
| 1922 | 309143 | 29086 | 652 |
| 1923 | 301347 | 33398 | 564 |
| 1924 | 291509 | 38579 | 487 |
| 1925 | 278825 | 44975 | 421 |
| 1926 | 261913 | 53222 | 364 |
| 1927 | 238710 | 63892 | 314 |
| 1928 | 206325 | 77726 | 272 |
| 1929 | 159631 | 95531 | 235 |
| 1930 | 88746 | 102843 | 203 |
| 1931 | 47826 | 76438 | 175 |
| 1932 | 30366 | 49849 | 151 |
| 1933 | 23439 | 33717 | 131 |
| 1934 | 20739 | 25584 | 113 |
| 1935 | 19692 | 21802 | 98 |
| 1936 | 19287 | 20124 | 84 |
| 1937 | 19131 | 19408 | 73 |
| 1938 | 19070 | 19115 | 63 |
| 1939 | 19054 | 18996 | 54 |
| 1940 | 19076 | 18942 | 47 |
| 1941 | 19105 | 18931 | 41 |
| 1942 | 19123 | 18943 | 35 |
| 1943 | 19128 | 18963 | 30 |
| 1944 | 19123 | 18982 | 26 |
| 1945 | 19112 | 18996 | 23 |
| 1946 | 19100 | 19006 | 20 |
| 1947 | 19088 | 19011 | 17 |
| 1948 | 19078 | 19014 | 15 |
| 1949 | 19071 | 19016 | 13 |
| 1950 | 19065 | 19018 | 11 |

Tab. 9 : Ergebnisausgabe zum DYNAMO-Programm aus Tab. 8
("Standardlauf"), Werte auf ganze Zahlen gerundet

Entwicklung der Hirschpopulation von 1907 bis 1950



Simulationsergebnis und beobachteter Verlauf (gestrichelt)

Entwicklung der Futtermenge

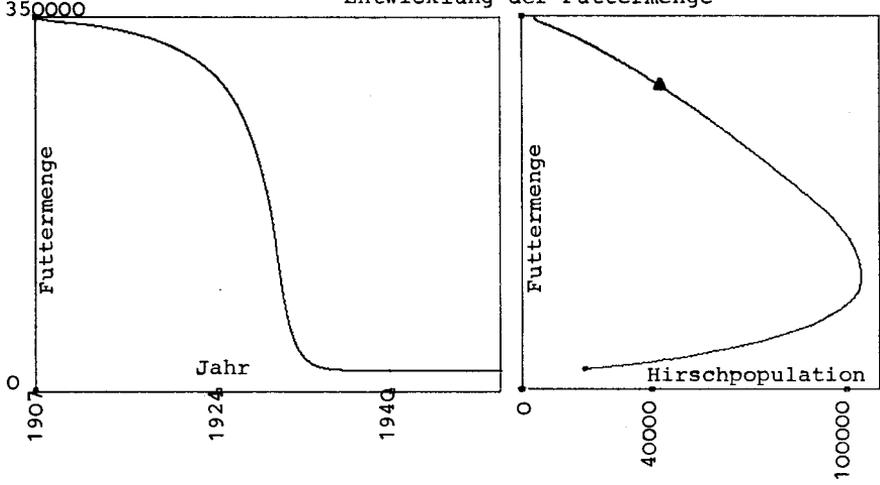


Abb. 10 : Graphische Darstellung der Simulation, Standardlauf

im Jahre 1931 erreicht. In der Originalversion von GOODMAN [12] ist die Diskrepanz nicht ganz so gravierend, sie beträgt nur 4 Jahre. Der Grund ist simpel: GOODMAN [12] datiert den Beginn des Abschusses der Räuber einfach auf das Jahr 1905, verschiebt also die ganze Entwicklung um zwei Jahre nach vorn. Hierfür gibt es überhaupt keinen in der Problemformulierung liegenden Grund; es handelt sich schlicht um eine Mogelei mit dem Ziel, Ergebnisse zu schönen.

Unerklärlich ist auch, daß die Fläche den Wert $A = 800000$ erhält, was mit der Problemformulierung ebenfalls nicht übereinstimmt, hier aber nicht korrigiert werden soll.

Eine weitere Diskrepanz zwischen Simulation und Beobachtung ist noch zu vermerken: Die Hirschpopulation des Modells pendelt sich am Ende bei ca. 19000 Hirschen ein, fast doppelt so vielen wie tatsächlich beobachtet.

7 Methodologische Zwischenbemerkung

In den Abschnitten 2 bis 6 habe ich versucht, die Arbeitsweise von System Dynamics an einem Beispiel einzuführen. Auf einige mit dieser Methode verbundenen Unsicherheiten und Schwierigkeiten habe ich bereits hingewiesen. Dennoch habe ich die Modellentwicklung mit System Dynamics viel glatter dargestellt, als sie in den meisten Fällen tatsächlich ist.

Insbesondere ist der Handlungsablauf - von der Problemformulierung über das Wirkungs- und das Systemdiagramm bis zum Computerprogramm und schließlich der Ausgabe der Simulationsergebnisse - keineswegs so geradlinig, wie hier und anderswo aus Gründen einer geordneten Darstellung unterstellt wird. Vielmehr gibt jeder Schritt auf dem Weg vom Problem zum Simulationsmodell Anlaß, die bereits zurückgelegten Schritte erneut zu überdenken:

Das Wirkungsdiagramm kann auf Lücken und Ungenauigkeiten der Problemformulierung aufmerksam machen, ebenso das Systemdiagramm, dessen differenziertere Darstellung im übrigen auch darauf hinweisen kann, daß im Wirkungsdiagramm wesentliche Aspekte übersehen wurden. Ähnlich verhält sich das - noch präzisere - Computer-

programm zum Systemdiagramm. Die Simulationsergebnisse schließlich sind der Prüfstein für alles Vorhergehende. Der Anwender wird erst dann mit seinem Modell zufrieden sein, wenn Simulationsergebnisse und Daten hinreichend zur Deckung gebracht sind. Was hier "hinreichend" heißt, läßt sich allerdings nicht allgemeinverbindlich beantworten.

Das ist die Vorgehensweise des (nichtmathematischen) Anwenders von System Dynamics: Solange an dem von ihm gebauten Modell zu drehen, bis er durch Versuch und Irrtum und eine möglichst profunde Kenntnis der zu simulierenden Realität diese für seine Zwecke ausreichend wiedergeben kann.

Ich wende mich jetzt - wiederum am Beispiel des Kaibab-Plateau-Modells - den mit System Dynamics verbundenen mathematischen Problemen zu. Sie treten für manchen Anwender gar nicht in Erscheinung, da er auch ohne Mathematik sein Modell bauen kann (s.o.); diese Tendenz wird zur Zeit gefördert durch eine Softwareentwicklung hin zu Systemen, die völlig ohne explizite Formulierung von Gleichungen auskommen. Trotzdem können diese mathematischen Probleme, wie sich zeigen wird, auch dort, wo sie gar nicht als Probleme wahrgenommen werden, störende Effekte bewirken.

8 Die Differentialgleichungen des Kaibab-Plateau-Modells

Da alle anderen Variablen funktional von ihnen abhängen, genügt es zum Verständnis des Modellverhaltens, die Entwicklungsgleichungen der Zustandsvariablen zu notieren, also anzugeben, wie sich der neue Zustand des Systems aus dem alten ergibt.

Für das Kaibab-Plateau-Modell erhält man:

$$\begin{aligned} \frac{F_{.neu} - F_{.alt}}{DT} &= FER - FKR = (FK-F)/FRZ - KPH*HP = & (8.1) \\ &= (FK-F)/f_3(F/FK) - f_4(FPH)*HP = \\ &= (FK-F)/f_3(F/FK) - f_4(F/HP)*HP \quad , \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{HP.neu - HP.alt}{DT} &= HWR - HBR = HWF * HP - BPR * RP = & (8.2) \\ &= f_1(FPH) * HP - f_2(HD) * RP = \\ &= f_1(F/HP) * HP - f_2(HP/A) * RP \quad , \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{RP.neu - RP.alt}{DT} &= RWR - RAR = RWF * RP - RAF * RP = & (8.3) \\ &= (f_5(BPR) - RAF) * RP = (f_5(f_2(HD)) - RAF) * RP = \\ &= (f_5(f_2(HP/A)) - RAF) * RP \quad . \end{aligned}$$

Mit den Abkürzungen

$x := F$, $y := HP$, $z := RP$ für die Zustandsvariablen,
 $c := FK$, $a := A$, $u := RAF$ für die Konstanten

sind dann die drei Zustandsentwicklungsgleichungen äquivalent mit dem Euler-Verfahren für das System von Differentialgleichungen

$$\dot{x} = \frac{c - x}{f_3(x/c)} - f_4\left(\frac{x}{y}\right) \cdot y \quad (8.4)$$

$$\dot{y} = f_1\left(\frac{x}{y}\right) \cdot y - f_2\left(\frac{y}{a}\right) \cdot z \quad (8.5)$$

$$\dot{z} = (f_5(f_2\left(\frac{y}{a}\right)) - u) \cdot z \quad (8.6)$$

(das Euler-Verfahren erhält man, wenn man in den Differentialgleichungen die Ableitungen $\dot{x} = dx/dt$, $\dot{y} = dy/dt$, $\dot{z} = dz/dt$ durch entsprechende Differenzenquotienten ersetzt).

Das Euler-Verfahren ist das einfachste Verfahren zur numerischen Lösung von Differentialgleichungen. Das System Dynamics - Modell (8.1), (8.2), (8.3) liefert Näherungen der Lösung von (8.4), (8.5), (8.6) (zu den festgelegten Anfangswerten), die desto besser sind, je kleiner DT. Nun ist es keineswegs das Ziel von System Dynamics, ein Differentialgleichungssystem möglichst gut zu lösen, das die Realität ja nicht besser wiedergeben muß als die Differenzgleichung. Das Problem ist aber, daß die Wahl von DT willkürlich ist, hier also eine Entscheidung getroffen werden muß. Im Standardlauf wurde $DT = 0.1$ gewählt, warum nicht $DT = 1$ (s. Abb. 11) oder $DT = 1/12$ (Monat) oder $DT = 0.01$ (bessere Approximation der Differentialgleichung) ?

Zu kleine DT bewirken eine unnötig lange Rechenzeit, ohne aussagekräftigere Ergebnisse zu liefern. Große DT können Effekte erzeugen, die nur von der speziellen Wahl von DT selbst abhängen, mit dem System aber "eigentlich"

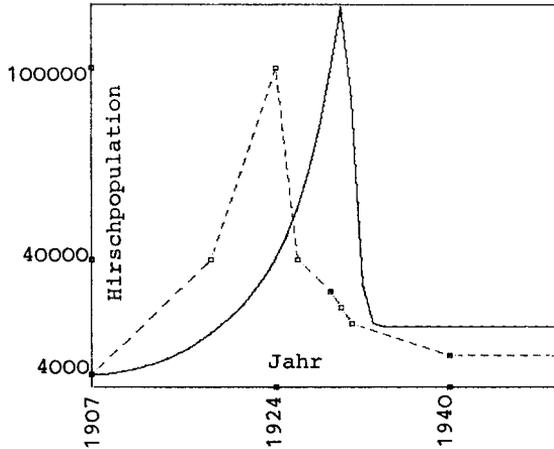


Abb. 11 : Standardlauf mit $DT = 1$

nichts zu tun haben, so z.B. Schwingungen und ein Aufschaukeln des Systems (FORRESTER [2], 6-5 ff.) oder sogar - bereits in einfachsten Fällen - chaotisches Verhalten (KUNICK / STEEB [14], 31 ff.). Praktisch wird man daher durch Ausprobieren zu erreichen versuchen, DT möglichst groß zu wählen, aber doch so klein, daß noch kleinere DT kein qualitativ anderes Verhalten (was heißt das?) der Lösung ergeben. Letztlich wird dadurch ein Lösungsverhalten erreicht, das mit dem des Differentialgleichungssystems qualitativ übereinstimmt. Insofern approximiert System Dynamics doch den kontinuierlichen Prozeß, zielt dabei aber mehr auf gleichartiges Verhalten und weniger auf quantitative Übereinstimmung (s. RICHARDSON / PUGH [7], 74 ff., 112). Sollte man also nicht vielleicht doch andere Verfahren zur Lösung von Differentialgleichungen heranziehen, die dasselbe mit geringerem Rechenaufwand erreichen?

9 Abhängigkeit von den Anfangswerten

Die Problembeschreibung aus Abschnitt 2 legt nahe, daß vor 1907, also zu Beginn des Beobachtungszeitraums ein Zustand herrschte, in dem mit $u = RAF = 0$ sich das System im Gleichgewicht befand,

also keine zeitlichen Veränderungen erfuhr. Das bedeutet, daß die rechte Seite von (8.4), (8.5), (8.6) (und damit auch von (8.1), (8.2), (8.3)) verschwinden muß.

Sind x_0 , y_0 , z_0 positive Werte der Zustandsvariablen, für die mit $u = 0$ Gleichgewicht besteht, so muß also gelten

$$\begin{aligned} - \text{wegen } \dot{z} = 0 : f_5(f_2(y_0/a)) = 0, \text{ also } f_2(y_0/a) = 0.1, \\ \text{also } y_0/a = 0.005, \text{ und daher} \\ y_0 = 0.005 a = 4000 \end{aligned} \quad (9.1)$$

$$\begin{aligned} - \text{wegen } \dot{x} = 0 : c \cdot \frac{1 - x_0/c}{f_3(x_0/c)} - f_4\left(\frac{x_0}{4000}\right) \cdot 4000 = 0 \\ \text{mit der eindeutigen Lösung} \\ x_0/c = \frac{815}{827} = 0.98549, \text{ und daher} \\ x_0 = 0.98549 \cdot c = 344921 \end{aligned} \quad (9.2)$$

$$\begin{aligned} - \text{wegen } \dot{y} = 0 : \\ z_0 = \frac{f_1(x_0/y_0) \cdot y_0}{f_2(y_0/a)} = \frac{0.25 \cdot 4000}{0.1} = 10000 \end{aligned} \quad (9.3)$$

Bei diesen Rechnungen ist zu beachten, daß die Tabellenfunktionen f_1, \dots, f_5 außerhalb der in Abb. 7 skizzierten und durch das DYNAMO-Programm in Tab. 8 definierten Intervalle konstant fortgesetzt werden mit dem am jeweiligen Randpunkt angenommenen Wert.

Als "Standardlauf 0" bezeichne ich das DYNAMO-Programm aus Tab. 8 mit den abgeänderten Startwerten

$$FI = x_0 \quad HPI = y_0 \quad RPI = z_0$$

entsprechend (9.1), (9.2), (9.3). Das zugehörige Simulationsergebnis ist in Abb. 12 dargestellt. Gegenüber dem Standardlauf (Tab. 9, Abb. 10) ergibt sich eine weitere Verschiebung um ein Jahr nach hinten, die Hirschpopulation erreicht ihren Spitzenwert jetzt 1931.

Die Wahl der Anfangswerte ist nicht völlig festgelegt, da für FI und RPI keine Daten vorliegen. Man kann daher versuchen, FI und RPI so zu wählen, daß Simulationsergebnis und beobachteter Verlauf möglichst gut übereinstimmen. Unter diesem Gesichtspunkt

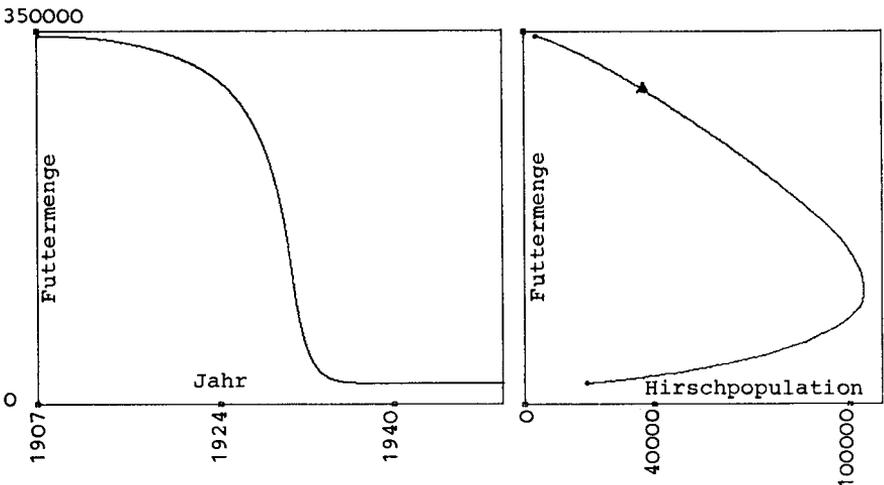
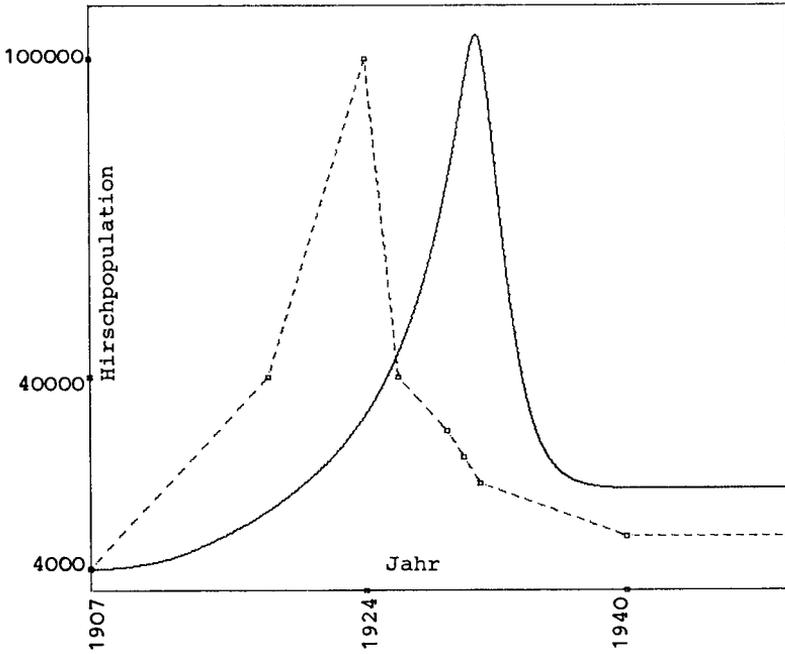


Abb. 12 : "Standardlauf 0", Startwerte

FI = 344921 HPI = 4000 RPI = 10000

sind die Anfangswerte im Standardlauf besser gewählt als im Standardlauf O, ließen sich aber durch eine andere Wahl (RPI kleiner) noch verbessern.

Das zum Standardlauf O führende Vorgehen achtet demgegenüber stärker auf systemimmanente Schlüssigkeit und damit Übereinstimmung mit der Problemformulierung (System vor 1907 im Gleichgewicht). Bei allen im folgenden noch vorgenommenen Modifikationen gehe ich stets vom Standardlauf O aus.

Qualitativ hat sich gegenüber dem Standardlauf nichts verändert, das System verhält sich im wesentlichen so wie mit den ursprünglich angenommenen Anfangswerten. Es gehört zum Standardrepertoire von System Dynamics, solche *Sensitivitätstests* vorzunehmen: Es werden (möglichst systematisch) Testläufe mit verschiedenen Werten für Anfangswerte und Konstanten durchgeführt und beobachtet, wie stark das System darauf reagiert, ob vielleicht sogar dramatische Änderungen stattfinden, die zu genaueren Analysen Anlaß gäben (s. RICHARDSON / PUGH [7], 277 ff.). Das Kaibab-Plateau-Modell scheint auf kleine Änderungen der Anfangswerte auch nur mit kleinen Änderungen im Systemverhalten zu reagieren.

10 Abhängigkeit von externen Konstanten

Manche der in einem System Dynamics - Modell das Systemverhalten beeinflussenden externen Konstanten liegen aufgrund von Beobachtungen fest, über andere bestehen allenfalls Vermutungen, so daß die Abhängigkeit des Systemverhaltens von der Wahl dieser Konstanten untersucht werden muß.

Das Kaibab-Plateau-Modell enthält die drei Konstanten

$$A = a , FK = c , RAF = u .$$

Am ehesten festliegen dürfte die Fläche A (die allerdings gegenüber der Problemformulierung von GOODMAN [12] verändert wurde); die Futterkapazität FK ließe sich möglicherweise experimentell ermitteln, ansonsten ist der Modellbauer hier auf Vermutungen angewiesen; am schwierigsten scheint der Zugriff auf den Räuberabschußfaktor RAF, sofern darüber keine Aufzeichnungen (Abschußprämien) vorliegen.

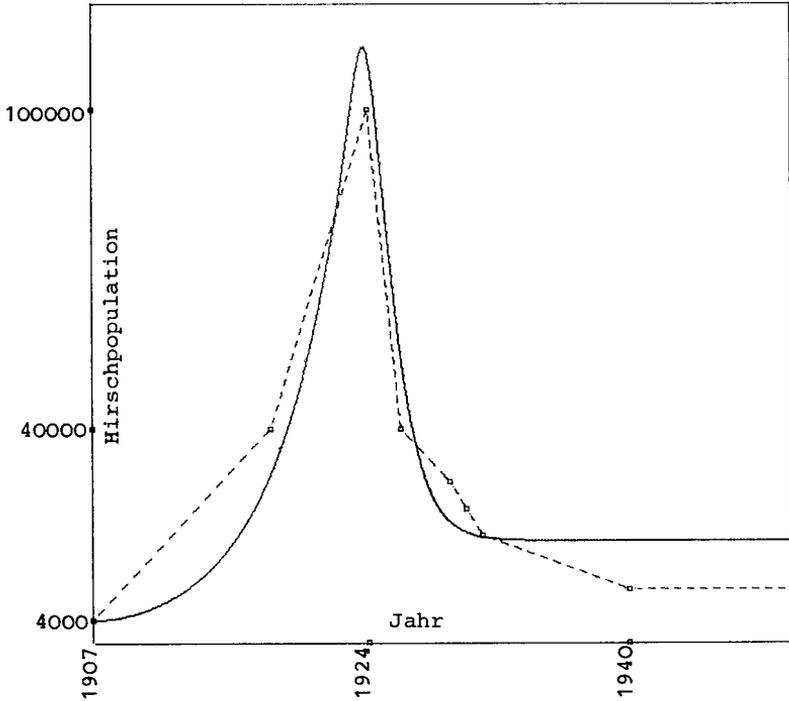


Abb. 13 : Standardlauf 0 mit $RAF = 0.5$

So wie die Anfangswerte lassen sich auch die externen Konstanten mit dem Ziel variieren, Simulationsergebnis und beobachteten Verlauf zur Deckung zu bringen. Geschieht dies etwa für den Räuberabschußfaktor, so ergibt sich für $RAF = 0.5$ das in Abb. 13 dargestellte Ergebnis, das die Beobachtungsdaten besser trifft als alle bisherigen Simulationläufe: Der Spitzenwert wird jetzt im Jahr 1924 angenommen, liegt allerdings noch ein bißchen höher als beim Standardlauf 0. Im Rahmen der erreichbaren Meßgenauigkeit erscheint das Simulationsergebnis akzeptabel, wenn man einmal vom Endzustand absieht, in den die Hirschpopulation einmündet, worauf noch einzugehen ist.

Was aber soll man aus der besseren Übereinstimmung schließen? Ist $RAF = 0.5$ wirklich realistisch? Oder wird hier nur durch einen Fehler ein anderer, im Modell versteckter, aufgehoben?

11 Gleichgewichtszustand

Für das Kaibab-Plateau-Modell endet der Simulationslauf - und zwar für alle betrachteten Modifikationen gleichermaßen - in einem neuen Gleichgewichtszustand. Um diesen zu bestimmen, sind wie in Abschnitt 9 die rechten Seiten von (8.4), (8.5), (8.6) gleich Null zu setzen, allerdings mit $u = 0.2$ bzw. $u = 0.5$. Es zeigt sich, daß für beliebige

$$u > 0.055 = \max f_5$$

(8.6) nur dann verschwinden kann, wenn $z = 0$, wenn die Räuber also ausgestorben sind. Das stimmt mit den Ergebnissen der Simulationsläufe überein.

Gesucht sind also $\bar{x} > 0$, $\bar{y} > 0$, so daß für $x = \bar{x}$, $y = \bar{y}$ und $z = 0$ die rechten Seiten von (8.4), (8.5) verschwinden. Aus (8.5) ergibt sich dann wegen $\bar{y} > 0$: $f_1(\bar{x}/\bar{y}) = 0$, also

$$\bar{x} = \bar{y} \tag{11.1}$$

Dieses Ergebnis hängt mit der Wahl der Maßeinheit für die Futtermenge zusammen (eine Futtereinheit hält gerade einen Hirschen am Leben).

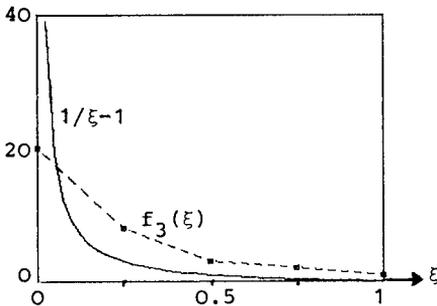
Die rechte Seite von (8.4) verschwindet nun genau dann, wenn

$$\xi := \bar{x}/c = \bar{y}/c \tag{11.2}$$

die Gleichung

$$1/\xi - 1 = f_3(\xi) \tag{11.3}$$

löst.



Diese Gleichung besitzt eine eindeutige Lösung, die im Bereich des ersten Geradenstücks der Tabellenfunktion f_3 liegt, also zwischen 0 und 0.25 bei $\xi = 7/32 - \sqrt{83/3072} = 0.05438$.

Wegen (11.2) ist also $\bar{x} = \bar{y} = c \cdot \xi = 19032$.

Abb. 14 : Tabellenfunktion f_3

12 Abhängigkeit von Tabellenfunktionen

Ebenso wie in die Wahl der Anfangswerte und der externen Konstanten gehen in die Wahl der Tabellenfunktionen Annahmen und Vermutungen des Modellbauers ein, die großenteils nicht empirisch abgesichert sind, jedenfalls was die konkreten Zahlenwerte betrifft. An dieser Stelle dürfte sogar die größte Unsicherheit beim Modellbau mit System Dynamics liegen:

So sind etwa die fünf Tabellenfunktionen des Kaibab-Plateau-Modells durch 38 Funktionswerte festgelegt, von denen sich allenfalls 5 aus Definitionen ergeben und über deren empirische Absicherung mir ansonsten nichts bekannt ist. Darüberhinaus kommt durch die Wahl der Definitionsintervalle und der Anzahl der Funktionswerte eine Fülle von Variationsmöglichkeiten hinzu.

Diese lassen sich natürlich dazu nutzen, das Modellverhalten noch besser an die Beobachtungsdaten anzupassen. Um etwa den in Abschnitt 11 berechneten Gleichgewichtszustand auf $\bar{x} = \bar{y} = 10000$ zu bringen, kann man die Tabellenfunktion f_3 (FRZT im DYNAMO-Programm) verändern, wobei f_3 eine monoton fallende Funktion mit $f_3(1) = 1$ bleiben sollte. Ich will auch die Anzahl der Werte im Intervall zwischen 0 und 1 nicht verändern. Um als Lösung der Gleichung (11.3)

$$\xi = 1/35$$

und damit $\bar{x} = \bar{y} = 10000$ zu erhalten, wähle ich (ansonsten willkürlich)

$$\text{FRZT} = 36.8/12.3/4/2/1$$

(s. Abb. 15).

Der Effekt dieser Änderung ist mit $\text{RAF} = 0.2$ in Abb. 17, mit $\text{RAF} = 0.45$ in Abb. 18 wiedergegeben.

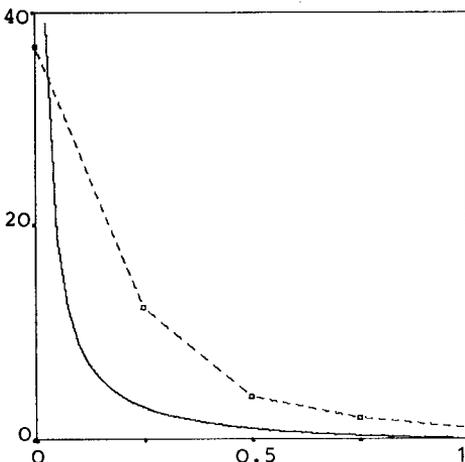


Abb. 15: Veränderte Funktion f_3

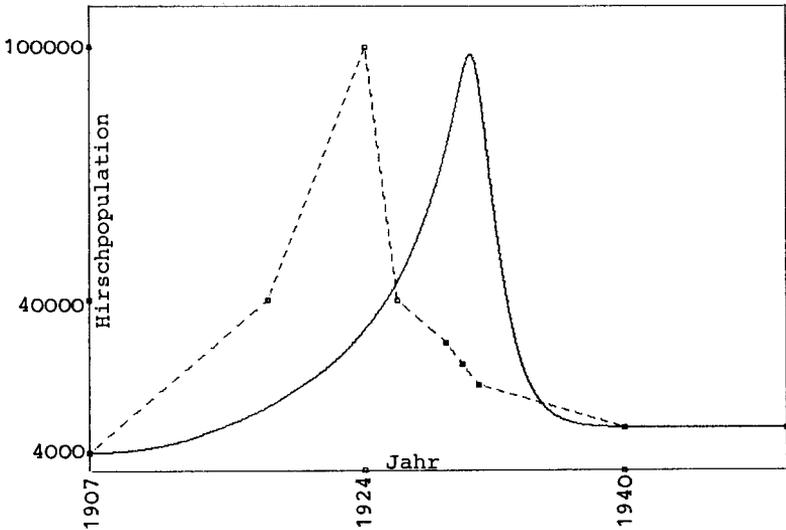


Abb. 17 : FRZT = 36.8/12.3/4/2/1 RAF = 0.2

In beiden Fällen stimmen Simulationsergebnis und beobachteter Verlauf im Endzustand überein, durch $RAF = 0.45$ wird überdies auch noch der Zeitpunkt des Spitzenwerts auf 1924 gelegt und so das bisher beste Ergebnis erzielt.

Hinter dem Vorgehen, das schließlich zu dem in Abb. 18 dargestellten Ergebnis führt, steckt eine etwas ungewöhnliche mathematische Problemstellung:

Unter allen Funktionen f_3 einer bestimmten Klasse ist diejenige gesucht, die - in die rechte Seite eingesetzt - die Lösung eines Differential- oder Differenzgleichungssystems möglichst gut gegebenen empirischen Daten annähert.

Ungewöhnlich an diesem Problem ist die Art und Weise, wie die gesuchte Funktion in die rechte Seite des Differentialgleichungssystems eingeht, nämlich als Funktion der Lösung dieses Systems; f_3 ist daher keine Steuerfunktion im üblichen Sinne.

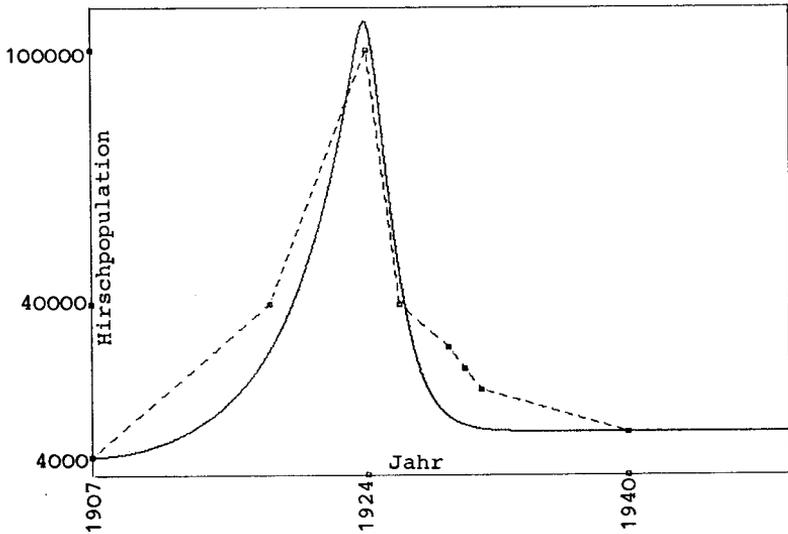


Abb. 18 : FRZT = 36.8/12.3/4/2/1 RAF = 0.45

Sollte es gelingen, dieses mathematische Problem dennoch zu lösen, so stellt sich andererseits die Frage, was für die Modellbildung damit eigentlich gewonnen ist.

Kann man beispielsweise aus der Tatsache, daß das Simulationsergebnis aus Abb. 18 den beobachteten Verlauf besser wiedergibt als das aus Abb. 12, schließen, daß auch die dahinterstehenden Modellannahmen (FRZT und RAF betreffend) entsprechend realistischer sind?

Diese Frage ist zu verneinen, solange - wie im Kaibab-Plateau-Modell - die Anzahl der Parameter, die man verändern kann, sehr viel größer ist als die Anzahl der Daten, an die das Modell angepaßt werden soll. Es ist dann nämlich durchaus möglich, mit fehlerhaften Parameterwerten, wenn deren Effekte sich nur gegenseitig aufheben, gute Übereinstimmung mit dem beobachteten Verlauf zu erzielen.

13 Mehrere Gleichgewichtszustände

Die Problemformulierung zum Kaibab-Plateau-Modell enthält einen Hinweis, auf den bisher noch nicht eingegangen wurde: Danach seien die am Ende verbliebenen 10000 Hirsche *nur ungefähr halb so viel, wie theoretisch durch rechtzeitigen Abschub von Hirschen hätten beibehalten werden können.*

Soll das Modell einen solchen Sachverhalt wiedergeben, so muß es mehrere Gleichgewichtszustände ermöglichen, was für die bisherige Modellformulierung nicht gilt (s. Abschnitt 11), da die Gleichung (11.3) genau eine Lösung hat (s. Abb. 14 und 15).

Umgekehrt müßte ein Modell der hier betrachteten Bauart, das obigen Hinweis berücksichtigt, eine Tabellenfunktion f_3 enthalten, für die diese Gleichung

$$1/\xi - 1 = f_3(\xi) \tag{13.1}$$

mehr als eine Lösung zwischen 0 und 1 besitzt. Solche Tabellenfunktionen will ich im folgenden betrachten:

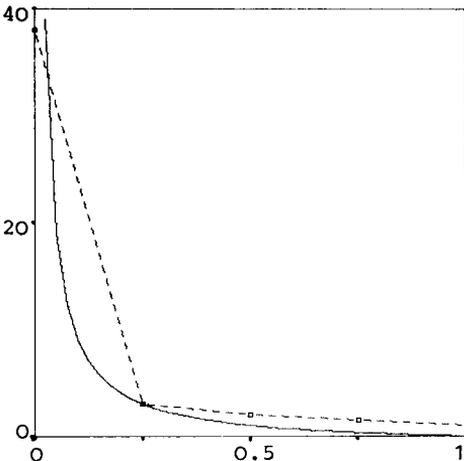


Abb. 19 : Modifizierte Funktion f_3
Grenzfall FRZT=38/3/2/1.5/1

$$FRZT = a/b/2/1.5/1$$

mit Zahlen $a > b$, für die

$$\frac{31}{35} a + \frac{4}{35} b = 34,$$

$$\text{also } a = (1190 - 4b)/31,$$

hat die Gleichung (13.1) stets die Lösung

$$\xi = 1/35.$$

Für $b = 3$ (s. Abb. 19) kommt eine weitere, für $b < 3$ kommen zwei weitere Lösungen hinzu, die anderen Gleichgewichtszuständen entsprechen.

Diese liegen bei

$$x = y \approx 87500,$$

der eine etwas darunter, der andere etwas darüber.

Das entspricht natürlich nicht dem im Hinweis angegebenen Zahlenwert von ca. 20000, was jedoch die folgenden Betrachtungen im Grundsatz nicht beeinträchtigt.

Es läßt sich zeigen, daß sowohl der alte Gleichgewichtspunkt als auch der größere der neu hinzugekommenen stabil sind und deshalb als Endzustand des Systems infrage kommen. In welchen der beiden möglichen Endzustände das System schließlich einmündet, hängt vom Anfangszustand - und natürlich von den Einstellungen sonstiger Parameter - ab.

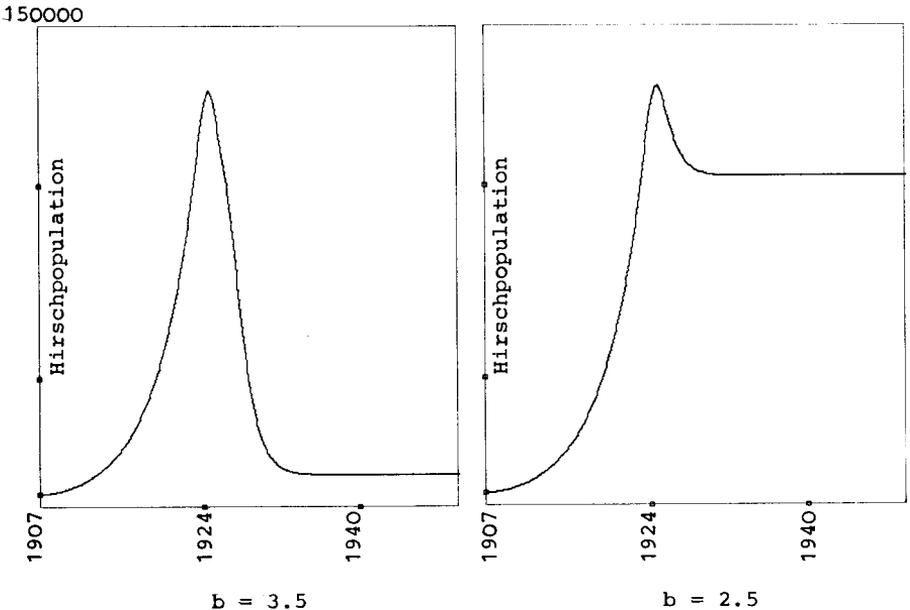


Abb. 20 : $FRZT = \frac{1190 - 4b}{31} / b / 2/1.5/1$ $RAF = 0.5$
Anfangswerte wie in "Standardlauf 0"

Es zeigt sich, daß mit $RAF=0.5$ und den in "Standardlauf 0" verwendeten Anfangswerten für $2.5 \leq b \leq 3$ der "große" Gleichgewichtspunkt als Endzustand angesteuert wird, was dem beobachteten Systemverhalten nicht entspricht; der "große" Gleichgewichtszustand sollte ja nur durch äußere Eingriffe in das System erreicht werden können.

Der hier von mir unternommene - etwas kurzatmige - Versuch, durch eine einfache Änderung von f_3 auch noch dem oben zitierten Hinweis Rechnung zu tragen, ist also fehlgeschlagen. Es ist aber andererseits klar, daß ein dem Hinweis entsprechendes System so modelliert werden muß, daß mehrere Gleichgewichtspunkte auftreten, von denen mindestens zwei stabil sind. Wie läßt sich eine solche Forderung beim Modellbau von Beginn an berücksichtigen?

Ein interessantes und typisches Phänomen zeigt sich, wenn man in

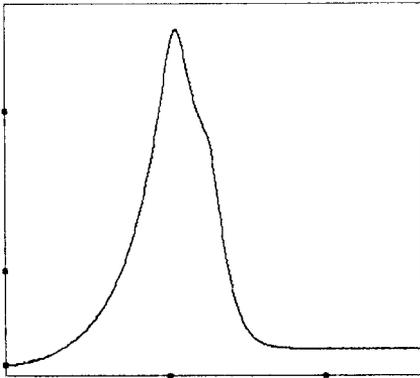
$$\text{FRZT} = \frac{1190 - 4b}{31} / b / 2/1.5/1$$

b von oben gegen 3 streben läßt (s. Abb. 21):

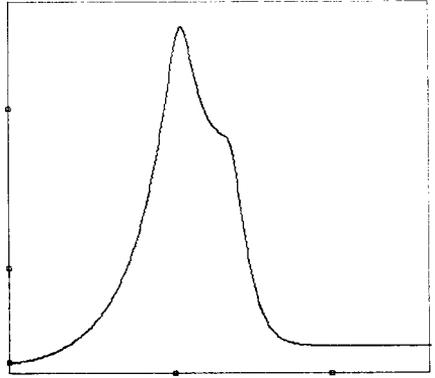
Je dichter b bei 3 liegt, desto später "merkt" sozusagen das System, daß bei $x = y = 87500$ sich noch gar kein Gleichgewichtspunkt befindet. Für $b = 3.00005$ erfolgt der "Absturz" erst im Jahre 1936. Bis dahin ist das Systemverhalten mit dem für $b = 3$ identisch.

In einer solchen Situation lassen sich keine zuverlässigen Prognosen mehr machen. Auch eine völlige Übereinstimmung des Simulationslaufs mit den Daten läßt keine Schlüsse auf das künftige Verhalten des Systems zu, wenn es auf die Änderung bestimmter Parameter sehr stark reagiert, diese Parameterwerte aber gar nicht entsprechend genau angegeben werden können.

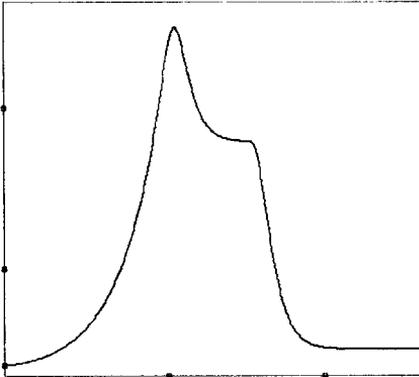
Die Überprüfung von System Dynamics - Modellen auf *Sensitivität gegen Parameteränderungen* ist daher ein zentraler Bestandteil des Modellierungsprozesses, ohne den Modelle faktisch wertlos sind. Diese Aufgabe scheint mir andererseits durch reines, wenn auch systematisches Probieren allein, ohne eine mathematische Analyse des Modells umso weniger lösbar zu sein, je komplexer das Modell ist.



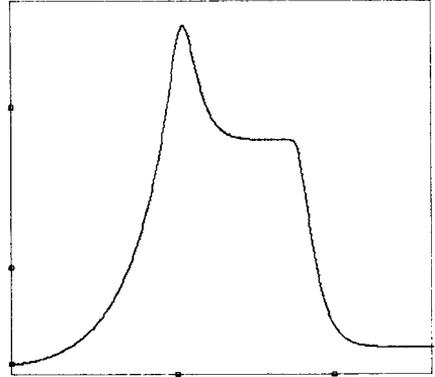
b = 3.1



b = 3.02



b = 3.001



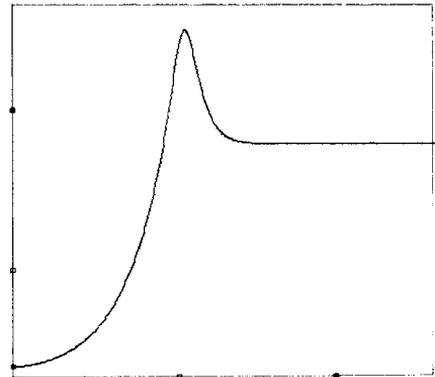
b = 3.00005

Abb. 21 : Zeitlicher Verlauf der Hirschpopulation

"Standardlauf 0" RAF = 0.5

$$FRZT = \frac{1190 - 4b}{31} / b / 2 / 1.5 / 1$$

mit verschiedenen Werten für b



b = 3

14 Resümee

In den letzten sechs Abschnitten habe ich versucht, einige im Zusammenhang mit System Dynamics regelhaft auftretende Probleme an dem verhältnismäßig einfachen Beispiel des Kaibab-Plateau-Modells aufzuzeigen. Treten sie tatsächlich regelhaft auf, darf man also vom Beispiel auf den allgemeinen Fall schließen?

Ich stelle fest, daß die *Einfachheit* des gewählten Beispiels jedenfalls nicht zu den genannten Problemen geführt hat, im Gegenteil. Zu einfach konstruierte Modelle mögen an der Realität vorbeigehen und sich nicht an die Datenbasis anpassen lassen; die zuletzt konstatierten Schwierigkeiten lagen jedoch anderswo: Bereits das Kaibab-Plateau-Modell *ist so unübersichtlich und steckt so voller Annahmen, daß es ohne eine genaue Analyse - genauer, als hier durchgeführt - völlig unmöglich scheint, die Bedeutung der einzelnen Annahmen für das Systemverhalten zu beurteilen*. Diese Aussage trifft für System Dynamics - Modelle desto eher zu, je komplexer sie sind.

Zu beachten ist in diesem Zusammenhang,

- daß gerade relevante Probleme ökologischer, ökonomischer und gesellschaftlicher Art höchst komplex sind und daher auch komplexe Modelle nahelegen,
- daß System Dynamics eine solche Analyse, die allerdings auf ungelöste mathematische Probleme führen könnte, nicht vorsieht.

Das DYNAMO-Programm zum Weltmodell von FORRESTER [3] enthält 5 Zustands- und 31 Hilfsvariablen, 42 Konstanten und 22 Tabellenfunktionen mit insgesamt 153 Funktionswerten. Für die Form der meisten Tabellenfunktionen (monotoner Verlauf, Abflachung o.ä.) gibt es plausible Gründe, die ich nachvollziehen kann; aber die Funktionswerte keiner einzigen von ihnen sind empirisch abgesichert. Also stecken im Modell ca. 150 Parameter, über deren Wert sich keine genauen Aussagen machen lassen. Welche Aussagekraft hat ein solches Modell?

Nun kommt es bei den Simulationsläufen ja weniger auf die genauen Zahlenwerte und mehr auf ihre qualitative Entwicklung an.

Führen aber ungenaue, jedoch qualitativ richtige Eingaben (in der Form etwa von Konstanten und Tabellenfunktionen) wiederum zu ungenauen, aber immer noch qualitativ richtigen Ergebnissen? Dies gilt, wie gesehen, nicht immer. Und eine Methode, mit der sich ausschließen läßt, daß das Modellverhalten entscheidend gerade durch die zufällige Wahl einiger Parameterwerte geprägt wurde, gibt es nicht.

Hat man vor allem die mit einer hohen Komplexität von Modellen verbundenen Probleme im Auge, so mutet es beinahe als Witz an, daß eine wichtige Linie der Kritik an den Weltmodellen von FORRESTER [3] und MEADOWS [4] darin bestand, die viel zu starken Vereinfachungen und damit viel zu geringe Komplexität der Modelle anzugreifen. Diese Kritik ist aber berechtigt, da sich die Verhältnisse auf der Erde z.B. regional doch sehr unterscheiden. Ob aber noch komplexere Modelle, wie das von MESAROVIC / PESTEL [15] mit ca. 100000 Beziehungen, hier weiterhelfen, darf bezweifelt werden.

Angesichts einer höchst komplexen Realität befindet sich der Modellbauer in einem Dilemma: Entweder er vereinfacht zu radikal oder das Modell wird zu komplex. Die - für Weltmodelle durchaus relevante - Frage, ob sich denn wesentliche Aspekte der Realität vielleicht gar nicht durch Gleichungen beschreiben lassen, ist damit noch nicht einmal gestellt.

Was bleibt? Worin besteht der Sinn von Simulations-Methoden wie System Dynamics, wenn doch ihre Produkte, die Simulationsmodelle, so angreifbar sind?

Die Aussagen, die ein Simulationsmodell zu machen wirklich gestattet, sind von der Form: Wenn du als Anwender diese oder jene Annahmen machst, die in das Modell eingehen, so führt das zu diesen oder jenen Konsequenzen, die sich aus dem Simulationsergebnis ablesen lassen. Aussagen über die Realität schlechthin kann ein Modell dagegen nicht liefern. Der Nutzen von System Dynamics besteht darin, den Benutzer dazu zu bringen,

- sein Problem genau zu formulieren,
- die Annahmen über das Problem präzise zu fassen,

- ein komplexes Problem in Teilprobleme zu zergliedern,
- sich über die Konsequenzen von Modellannahmen sofort klarzuwerden.

Gerade die Zergliederung in Teilprobleme kann auch für die empirische Forschung wichtig sein:

Das Kaibab-Plateau-Modell beispielsweise regt dazu an, die in ihm als Tabellenfunktionen auftretenden Zusammenhänge empirisch zu untersuchen: Wie hängt das Wachstum der Hirsche bzw. Räuber von der zur Verfügung stehenden Nahrung ab, wie die pro Räuber geschlagene Beute von deren Dichte, wie der Futterkonsum vom vorhandenen Futter? Wie schnell wächst das abgefressene Futter nach? Soll das Kaibab-Plateau-Modell wirklich Realität beschreiben, so sind diese Fragen zu beantworten, auf die man umgekehrt natürlich erst durch die Modellierung gestoßen wird.

Erst in einem solchen Wechselspiel zwischen empirischen Untersuchungen und (mathematischen) Modellierungen besteht die Möglichkeit, die komplexe Realität Schritt für Schritt besser zu erkennen. System Dynamics kann ein solches Wechselspiel anregen.

LITERATUR

- [1] J.W. FORRESTER : Industrial Dynamics
MIT Press , Cambridge,Mass. - London 1961
- [2] J.W. FORRESTER : Principles of Systems
MIT Press , Cambridge,Mass. - London 1961
- [3] J.W. FORRESTER : World Dynamics
MIT Press , Cambridge,Mass. - London 1961
- [4] D. MEADOWS u.a. : Die Grenzen des Wachstums
dva , Stuttgart 1971
- [5] J. GRÜN / D. WIENER : Global denken, vor Ort handeln: Weltmodelle von Global 2000 bis Herman Kahn; Kontroversen über unsere Zukunft
Dreisam-Verlag , Freiburg 1984

- [6] G. NIEMEYER : Kybernetische System- und Modelltheorie:
system dynamics
Vahlen , München 1977
- [7] G.P. RICHARDSON / A.L. PUGH III : Introduction to System
Dynamics Modelling with DYNAMO
MIT Press , Cambridge,Mass. - London 1981
- [8] H. BOSSEL / W. METZLER / H. SCHÄFER (Hrsg.) : Dynamik des
Waldsterbens
Springer , Berlin - Heidelberg - New York - Tokyo 1985
- [9] D. CRAEMER : Mathematisches Modellieren dynamischer Vorgänge
Teubner , Stuttgart 1985
- [10] H. BOSSEL : Umweltdynamik: 30 Programme für kybernetische Um-
welt erfahrungen auf jedem BASIC-Rechner
te-wi , München 1985
- [11] H. RAUCH : Modelle der Wirklichkeit: Simulation dynamischer
Systeme mit dem Mikrocomputer
Heise , Hannover 1985
- [12] M.R. GOODMAN : Study Notes in System Dynamics, 2. Aufl.
MIT Press , Cambridge,Mass. - London 1980
- [13] E.J. KORMODY : Concepts of Ecology
Prentice-Hall , Englewood Cliffs 1969
- [14] A. KUNICK / W.-H. STEEB : Chaos in dynamischen Systemen
BI , Mannheim 1986
- [15] M. MESAROVIC / E. PESTEL : Menschheit am Wendepunkt
Rowohlt , Reinbek 1977