## CANTOR an DEDEKIND

Halle a/S. d. 28ten April 1872.

Für die freundliche Uebersendung Ihrer Abhandlung über Stetigkeit und irrationale Zahlen drücke ich Ihnen meinen ergebensten Dank aus. Wie ich mich schon jetzt überzeugt habe stimmt diejenige Auffassung des Gegenstandes, welche ich, ausgehend von arithmetischen Beschäftigungen, seit einigen Jahren mir herangebildet, mit der Ihrigen sachlich überein; nur in der *begrifflichen Einführung* der Zahlgrössen findet ein Unterschied statt. Dass das Wesen der Stetigkeit in dem besteht, was bei Ihnen als solches hervorgehoben wird, dem stimme ich mit Ueberzeugung bei.

Halle d. 29ten Nov. 73.

Gestatten (*) Sie mir, Ihnen eine Frage vorzulegen, die für mich ein gewisses theoretisches Interesse hat, die ich mir aber nicht beantworten kann; vielleicht können Sie es, und sind so gut, mir darüber zu schreiben, es handelt sich um folgendes.

Man nehme den Inbegriff aller positiven ganzzahligen Individuen $n$ und bezeichne ihn mit $(n)$; ferner denke man sich etwa den Inbegriff aller positiven reellen Zahlgrössen $x$ und bezeichne ihn mit $(x)$; so ist die Frage einfach die, ob sich $(n)$ dem $(x)$ so zuordnen lasse, dass zu jedem Individuum des einen Inbegriffes ein und nur eines des andern gehört? Auf den ersten Anblick sagt man sich, nein es ist nicht möglich, denn $(n)$ besteht aus discreten Theilen, $(x)$ aber bildet ein Continuum; nur ist mit diesem Einwande nichts gewonnen und so sehr ich mich auch zu der Ansicht neige, dass $(n)$ und $(x)$ keine eindeutige Zuordnung gestatten, kann ich doch den Grund nicht finden und um den ist es mir zu thun, vielleicht ist er ein sehr einfacher.

(*) [Vgl. zu den Briefen von 1873-11-29 bis 1873-12-27 die zusammenfassenden offenbar später geschriebenen Bemerkungen von Dedekind S. 18].



Wäre man nicht auch auf den ersten Anblick geneigt zu behaupten, dass sich $(n)$ nicht eindeutig zuordnen lasse dem Inbegriffe $\left(\frac{p}{q}\right)$ aller positiven rationalen Zahlen $\frac{p}{q}$? und dennoch ist es nicht schwer zu zeigen, dass sich $(n)$ nicht nur diesem Inbegriffe, sondern noch dem allgemeineren

$$(a_{n_1, n_2, \ldots n_\nu})$$

eindeutig zuordnen lässt, wo $n_1$, $n_2$, ... $n_\nu$ unbeschränkte positive ganzzahlige Indices in beliebiger Zahl $\nu$ sind.

Halle d. 2ten December 73.

Ganz ausnehmend freute es mich, heute Ihre Antwort auf mein letztes Schreiben zu erhalten. Meine Frage habe ich Ihnen aus dem Grunde vorgelegt, weil ich sie als solche mir bereits vor mehreren Jahren gestellt und mich stets im Zweifel darüber befunden habe, ob die Schwierigkeit, welche sie mir bot, eine subjective sei oder ob sie an der Sache hafte. Da Sie mir schreiben, dass auch Sie ausser Stande seien, sie zu beantworten, so darf ich das letztere annehmen. — Uebrigens möchte ich hinzufügen, dass ich mich nie ernstlich mit ihr beschäftigt habe, weil sie kein besonderes practisches Interesse für mich hat und ich trete Ihnen ganz bei, wenn Sie sagen, dass sie aus diesem Grunde nicht zu viel Mühe verdient. Es wäre nur schön, wenn sie beantwortet werden könnte; z. B., vorausgesetzt dass sie mit *nein* beantwortet würde, wäre damit ein neuer Beweis des Liouvilleschen Satzes geliefert, dass es transcendente Zahlen giebt.

Der von Ihnen gelieferte Beweis, dass sich $(n)$ dem Körper aller algebraischen Zahlen eindeutig zuordnen lasse, ist ungefähr derselbe, wie ich meine Behauptung im vorigen Briefe erhärte. Ich nehme $n_1^2 + n_2^2 + \ldots + n_\nu^2 = \mathfrak{N}$ und ordne darnach die Elemente.

Ist es nicht an und für sich gut und bequem, dass man, wie von Ihnen bezeichnend hervorgehoben wird, von der $n^{\text{ten}}$ algebraischen Zahl reden kann, so dass jede einmal an die Reihe kommt?

Wie Sie ganz richtig bemerken, lässt unsere Frage folgende Fassung zu: « kann $(n)$ eindeutig zugeordnet werden einem Inbegriffe:

$$(a_{n_1, n_2, \ldots \ldots})$$