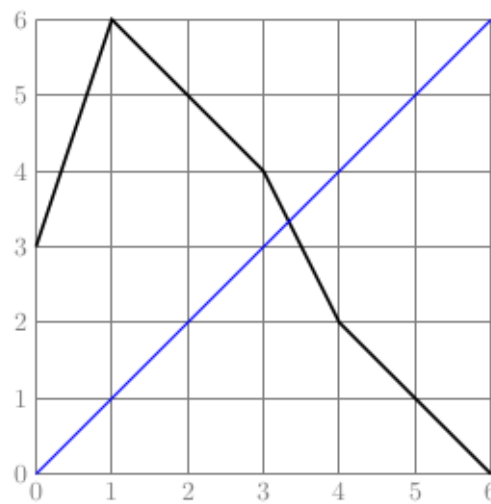


ELEMENTARE DYNAMISCHE SYSTEME

Projekt 6

In diesem Projekt geht es um verschiedene in der Vorlesung behandelte Themen.

1. Wir betrachten die Abbildung $f : [0, 6] \rightarrow [0, 6]$ mit dem folgenden Graphen (in schwarz):



- a) Zeigen Sie, dass f eine periodische Bahn mit minimaler Periode 7 besitzt.
- b) Zeigen Sie, dass f keine periodische Bahn mit minimaler Periode 5 besitzt.
Hinweis: Was können Sie jeweils über die Bilder der Teilintervalle $[n, n + 1]$ unter der fünften Iteration f^5 sagen? Was wissen Sie über die Monotonie von f^5 auf dem Teilintervall $[3, 4]$?
- c) Kann f eine *anziehende* periodische Bahn (egal welcher Periode) haben? Begründen Sie Ihre Aussage!
2. Wir betrachten die Iteration von komplexen quadratischen Funktionen, d.h. Abbildungen $Q_c : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ der Form $Q_c(z) = z^2 + c$.
- a) Geben Sie einen vollständigen Beweis der folgenden Aussage:
Die Einschränkung der Abbildung $Q_{-2}(z) = z^2 - 2$ auf die Teilmenge $U := \mathbb{C} \setminus [-2, 2]$ ist topologisch konjugiert zur Einschränkung der Abbildung $Q_0(z) = z^2$ auf die Teilmenge $V := \{z \in \mathbb{C} : |z| > 1\}$.
- b) Welche Schlussfolgerung lässt sich daraus für die gefüllte Julia-Menge und für die Julia-Menge der Abbildung $Q_{-2} : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ ziehen? Begründen Sie Ihre Aussage!