

# ELEMENTARE DYNAMISCHE SYSTEME

## Projekt 1

Ziel dieses Projektes ist es, das Verhalten der Bahnen einiger zufällig gewählter Anfangswerte bei der Iteration von einfachen Funktionen zu studieren, und die dabei erhaltenen experimentellen Resultate zu ordnen und zu analysieren.

1. Sei  $D : [0, 1] \rightarrow [0, 1)$  die Verdopplungsabbildung

$$D(x) := \begin{cases} 2x & \text{falls } x < \frac{1}{2} \\ 2x - 1 & \text{falls } x \geq \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Alternativ können wir diese auch als  $D(x) = 2x \bmod 1$  schreiben.

- a) Benutzen Sie ein Tabellenkalkulationsprogramm Ihrer Wahl, um jeweils (mindestens) die ersten 200 Iterationen dieser Abbildung für (mindestens) 10 verschiedene Startwerte aus dem Intervall  $[0, 1)$  zu bestimmen.
- b) Kommentieren Sie kurz, inwieweit Sie die erhaltenen Ergebnisse für realistisch halten.
- c) Gibt es Startwerte, die ein besonders auffälliges Verhalten zeigen? Können Sie bestimmte Phänomene durch geeignete Wahl des Startwerts gezielt produzieren?
- d) Können Sie Vermutungen formulieren, wie sich die Bahn eines “typischen” Anfangswerts bei der Iteration von  $D$  verhält?

2. Wir betrachten nun die Funktion  $F : [-2, 2] \rightarrow [-2, 2]$ , gegeben durch

$$F(x) = x^2 - 2.$$

- a) Bestimmen Sie auch für diese Funktion jeweils (mindestens) die ersten 200 Iterationen für (mindestens) 10 verschiedene Startwerte, die Sie diesmal aus dem Intervall  $[-2, 2]$  wählen.
- b) Kommentieren Sie wieder kurz, inwieweit Ihnen die erhaltenen Ergebnisse realistisch erscheinen.
- c) Gibt es hier Startwerte, die ein besonders auffälliges Verhalten zeigen? Können Sie bestimmte Phänomene durch geeignete Wahl des Startwerts gezielt produzieren?
- d) Können Sie Vermutungen formulieren, wie sich die Bahn eines “typischen” Anfangswerts bei der Iteration von  $F$  verhält?

3.\* Wiederholen Sie die letzte Aufgabe für eine Funktion der Form  $G(x) = x^2 - c$ , wobei  $c \in (0, 2)$  eine von Ihnen selbst gewählte Konstante ist. Stellen Sie wesentliche Veränderungen fest?

Formulieren Sie die wesentlichen Ergebnisse Ihrer Untersuchungen schriftlich. Ihre Ausführungen dürfen kurz sein (bei Teil **a**) genügt jeweils die Nennung der gewählten Startwerte), sollten aber so konkret und präzise wie möglich sein.