Universität Hamburg
Janko Latschev

Topologie

Sommer 2011

Übungsstunde 10

1. Beweisen Sie die in der Vorlesung behauptete Aussage, dass eine Überlagerung (E, p, B) mit zusammenhängender Basis B genau dann normal ist, wenn die Gruppe der Decktransformationen auf der Faser $p^{-1}(b)$ für irgendeinen Punkt $b \in B$ transitiv wirkt!

2. Der Hawai'sche Ohrring ist der topologische Raum H, welcher durch Vereinigung der Kreise in $\mathbb{R}^2$ mit Mittelpunkten $(\frac{1}{n}, 0)$ und Radien $\frac{1}{n}$ für $n \in \mathbb{N}$ entsteht.

a) Zeigen Sie, dass die Fundamentalgruppe von H nicht abzählbar ist, d.h. insbesondere ist sie also grösser als das freie Produkt von abzählbar vielen Kopien von $\mathbb{Z}$!

b) Was können Sie sonst noch über diese Fundamentalgruppe sagen?

c) Beweisen Sie, dass H keine Überlagerung mit einfach-zusammenhängendem Totalraum besitzt!

3. Wir betrachten wieder einmal $X_2 = S^1 \vee S^1$.

a) Konstruieren Sie eine Überlagerung (E, p, X_2), so dass $p_\sharp(\pi_1(E, e_0))$ gerade die von a^2, b^2 und $(ab)^4$ erzeugte normale Untergruppe in $\pi_1(X_2) = \langle a, b \rangle$ ist, und beweisen Sie, dass Ihre Konstruktion das behauptete leistet!

b) Beschreiben Sie alle Äquivalenzklassen von 2-blättrigen Überlagerungen von X_2!