



Seminar Arithmetische Geometrie und Zahlentheorie im WS 12/13

Die abc -Vermutung von Masser-Oesterlé gilt als eines der wichtigsten offenen Probleme der Zahlentheorie. In einer Reihe von Preprints hat S. Mochizuki im September 2012 einen Beweis der abc -Vermutung angekündigt.

Nach Vojta, Elkies und van Frankenhuysen ist die allgemeine Vojtasche Höhenungleichung für Punkte auf algebraischen Kurven äquivalent zur abc -Vermutung über Zahlkörpern. Mochizuki [Moc10, Theorem 2.1] zeigt, dass es sogar ausreicht eine Variation der Höhenungleichung von Vojta für gewisse Teilmengen von $\mathbb{P}^1 \setminus \{0, 1, \infty\}$ zu beweisen. In seinen Arbeiten über interuniverselle Teichmüller Theorie behauptet dann Mochizuki seine Variation der Höhenungleichung für $\mathbb{P}^1 \setminus \{0, 1, \infty\}$ bewiesen zu haben [Moc12, Korollar 2.3].

In diesem Semester wollen wir den Beweis von [Moc10, Theorem 2.1] ausarbeiten.

- 1. Vortrag: Höhen.** Metrisierte Geradenbündel und arithmetische Divisoren auf arithmetischen Kurven und Flächen, Höhen, Eigenschaften von Höhen, Formulierung der Vojtaschen Höhenungleichung. Siehe [Kue07, Kapitel 3], [Moc10, §1]
- 2. Vortrag: Die abc -Vermutung und die Vojtasche Höhenungleichung.** Formulierung der abc -Vermutung und ihrer verallgemeinerten Version [Kue07, §2.1, 2.2], $abc \Rightarrow$ Vojta [Kue07, Satz 2.6.5], Vojta $\Rightarrow abc$ [Kue07, §3.5]. Siehe auch [VF02].
- 3. Vortrag: Diskriminanten und Differenten.** Diskriminanten und Differenten von Zahlkörpern [Neu06, §III.2], [Koc97] Beweis von [Moc10, Proposition 1.7].
- 4. Vortrag: Belyi-Morphismen.** Verzweigung von Morphismen komplexer algebraischer Kurven, Satz von Belyi [Kue07, §2.3], Verfeinerung des Satzes von Belyi durch Mochizuki [Moc04, Theorem 2.5].
- 5. Vortrag: Reduktion der Vojtaschen Höhenungleichung auf $\mathbb{P}^1 \setminus \{0, 1, \infty\}$.** Verallgemeinerte Version der Vojtaschen Höhenungleichung, Beweis von [Moc10, Theorem 2.1].

Literatur

- [Koc97] Helmut Koch. *Zahlentheorie: Algebraische Zahlen und Funktionen*. Vieweg, 1997.
- [Kue07] Ulf Kühn. *Arithmetische Geometrie II. Skript*, 2007.

- [Moc04] Shinichi Mochizuki. Noncritical Belyi maps. *Math. J. Okayama Univ.*, 46:105–113, 2004. <http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~motizuki/Noncritical%20Belyi%20Maps.pdf>.
- [Moc10] Shinichi Mochizuki. Arithmetic elliptic curves in general position. *Math. J. Okayama Univ.*, 52:1–28, 2010. <http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~motizuki/Arithmetic%20Elliptic%20Curves%20in%20General%20Position.pdf>.
- [Moc12] Shinichi Mochizuki. Inter-universal Teichmüller theory IV: Log-volume computations and set-theoretic foundations. *Preprint*, 2012. <http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~motizuki/Inter-universal%20Teichmuller%20Theory%20IV.pdf>.
- [Neu06] Jürgen Neukirch. *Algebraische Zahlentheorie*. Springer-Verlag, Berlin, 2006.
- [VF02] Machiel Van Frankenhuysen. The *ABC* conjecture implies Vojta’s height inequality for curves. *J. Number Theory*, 95(2):289–302, 2002.

