

6. Übung zur Algebraischen Graphentheorie

Aufgaben zum 11.7.2008.

1. Sei Γ der PETERSEN-Graph.

(i) Bestimmen Sie $\text{Aut}(\Gamma)$.

(ii) Bestimmen Sie ein n so, daß $\Gamma[\overline{K_n}]$ ein CAYLEY-Graph ist.

Hinweis. Eine Untergruppe von $\text{Aut}(\Gamma)$ wurde in Abschnitt 3.1 vorgestellt. Für den zweiten Teil studiere man den Beweis des Satzes von SABIDUSSI.

2. Sei Γ ein Graph und $|V(\Gamma)|$ oder $\kappa(\Gamma)$ Primzahl. Zeigen Sie $\delta(\Gamma) = \kappa(\Gamma)$.

3. (+) Sei Γ ein zusammenhängender eckentransitiver Graph. Zeigen Sie, daß die Kantenzusammenhangszahl $\lambda(\Gamma) := \min\{|S| : S \subseteq E(\Gamma), S \text{ trennt } \Gamma\}$ gleich dem Minimalgrad $\delta(\Gamma)$ von Γ ist.

Hinweis. Für zwei Mengen $X, Y \subseteq V(\Gamma)$ mit $|E_\Gamma(X)| = |E_\Gamma(Y)| = \lambda(\Gamma)$ und $X \cap Y \neq \emptyset$, $X \cup Y \neq V(\Gamma)$ gilt $|E_\Gamma(X \cap Y)| = \lambda(\Gamma)$ (bekanntlich; sonst nachrechnen). Betrachten Sie ein kleinstes $X \subseteq V(G)$ mit $|E_\Gamma(X)| = \lambda(\Gamma)$ und zeigen Sie, daß der Stabilisator $(\text{Aut}(\Gamma))_X = \{\alpha \in \text{Aut}(\Gamma) : \alpha(X) = X\}$ von X in $\text{Aut}(\Gamma)$ transitiv auf X operiert. Was folgt daraus für $|E_\Gamma(X)|$?

MATTHIAS KRIESEL · 7ter Juli 2008