3. Übung zur Algebraischen Graphentheorie

Aufgaben zum 30.5.2008.

1. Beweisen Sie die Aussage über die Verteilung der Zufallsvariablen X_t des im Abschnitt 1.6 beschriebenen MARKOV-Prozesses.

2. Sei $k \geq 1$ und A die Adjazenzmatrix eines k-regulären Graphen mit wenigstens einer Ecke. Zeigen Sie, daß k Eigenwert von A mit Vielfachheit $|\mathcal{C}(G)|$ ist.

   Hinweis. Zeigen Sie die Behauptung zunächst für zusammenhängendes G, etwa mit Hilfe des Matrix-Baum-Satzes und des Kern-Bild-Satzes. Die Tatsache, daß die algebraische und geometrische Vielfachheit eines Eigenwertes einer symmetrischen Matrix übereinstimmen, darf benutzt werden.

3. Die entscheidende Beobachtung im Beweis des TUTTEschen Faktorsatzes war es, daß G genau dann einen 1-Faktor hat, wenn $\mathrm{Pf} A_G$ nicht 0 ist. Gilt das im allgemeinen auch dann, wenn man anstelle von A_G einfach die schiefsymmetrische Matrix in $\mathbb{Q}^{V \times V}$ mit $A_{ij} = 1$ falls $ij \in E(G)$ und 0 sonst für $i < j$ aus V betrachtet?

MATTHIAS KRIESELL · 27ter Mai 2008