## Grundbildung Analysis — Kurztest 1

5. November 2019

| | | |
|---|---|---|
| Name | Vorname | Matrikelnummer |

| Aufgabe | 1.) | 2.) | 3.) | $\sum$ |
|---|---|---|---|---|
| Punkte | | | | |

**1.)** Wahr oder falsch? Bitte ankreuzen! Keine Begründung nötig. [10 Punkte]

**Achtung:** Falsche Kreuze bringen Minuspunkte.

| | Wahr | Falsch |
|---|---|---|
| Die Folge $\left(\left(-\frac{1}{3}\right)^n\right)_{n\in\mathbb{N}}$ ist eine Nullfolge. | ☐ | ☐ |
| Wenn eine Menge ein Maximum besitzt, besitzt sie ein Supremum. | ☐ | ☐ |
| Jede beschränkte Folge ist konvergent. | ☐ | ☐ |
| Es gibt Folgen, bei denen jede reelle Zahl aus $]0,1[$ als Folgenglied vorkommt. | ☐ | ☐ |
| Jede Nullfolge ist beschränkt. | ☐ | ☐ |

**2.)** Bitte tragen Sie jeweils die Lösung ein. [4 Punkte]

(a) Bestimmen Sie $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3n^4 - \pi n^2 + 3}{2n^4 + en^3 - n + 1} =$ ____________________

(b) Kreuzen Sie alle Folgen an, die gegen $e$ konvergieren

☐ $\left(\left(\frac{n+1}{n}\right)^n\right)_{n\in\mathbb{N}}$ ☐ $\left(\left(2+\frac{1}{n}\right)^n\right)_{n\in\mathbb{N}}$ ☐ $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}$ ☐ $\left(\left(1+\frac{1}{2n}\right)^n\right)_{n\in\mathbb{N}}$

**bitte wenden!**

**3.)** Beweisen Sie, dass die Folge $(a_n)$ mit [6 Punkte]

$$a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1} - \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n}$$

eine Nullfolge ist. Dabei dürfen die aus der Vorlesung bekannten Grenzwerte der beiden Folgen $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}$ und $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n}$ nicht verwendet werden, andere Eigenschaften schon!