

Präsenzaufgaben

59. Es seien $\alpha \in \mathbb{R}$ und $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine differenzierbare Funktion, die die **Differentialgleichung** $f'(x) = \alpha \cdot f(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$ erfüllt. Weiter sei $C := f(0)$.

Zeigen Sie, dass gilt $f(x) = Ce^{\alpha x}$.

Hinweis: Betrachten Sie die Ableitung der Funktion g mit $g(x) := f(x) \cdot e^{-\alpha x}$.

60. *Künstliche Ernährung*

Eine Patientin wird durch Infusion mit einer Glukoselösung künstlich ernährt. Die Zufuhr von Glukose pro Minute und pro Liter Blut ist konstant β . Der Abbau von Glukose erfolgt mit einer absoluten Änderungsrate, die proportional zur vorhandenen Menge ist. Die Proportionalitätskonstante sei α .

Stellen Sie die Differentialgleichung auf, die diesen Prozess beschreibt. Dabei ist $g(t)$ die Glukosekonzentration zum Zeitpunkt t im Blut der Patientin, die gesuchte Funktion.

61. Wahr oder falsch?

- (a) Wenn eine Funktion auf einem Intervall monoton wächst, so auch jede Stammfunktion.
- (b) Ist eine Stammfunktion einer gegebenen Funktion f auf einem Intervall rechts gekrümmt, so auch jede andere Stammfunktion von f .
- (c) Die Menge der Stammfunktionen einer Funktion bildet einen Vektorraum.
- (d) Ableiten ist Handwerk, Integrieren eine Kunst.

Hausaufgaben

62. Bestimmen Sie alle Stammfunktionen von

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} & f(x) = 2x^4 + x & \text{(b)} & f(x) = \sin(3x) & \text{(c)} & f(x) = \sqrt[3]{x} \\ \text{(d)} & f(x) = e^{-\alpha x} & \text{(e)} & f(x) = \frac{1}{(\cos x)^2} & \text{(f)} & f(x) = \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} \end{array}$$

bitte wenden!

63. Bestimmen Sie die Fläche zwischen den Graphen der Funktionen $f(x) = 2x^2$ und $g(x) = 3x + 9$.

64. *Künstliche Ernährung* — Fortsetzung

- (a) Lösen Sie die Differentialgleichung, die in Aufgabe 60 gefunden wurde.
- (b) Wie ist β zu wählen, wenn eine möglichst konstante Konzentration γ von Glukose im Blut der Patientin angestrebt wird. Wie hängt Ihre Wahl von der Anfangs-Konzentration ab?
- (c) Versuchen Sie aus geeigneten Quellen realistische Zahlenwerte für die unbekannt Parameter zu ermitteln.