

Grundlagen der Mathematik

Blatt 6

WiS 2020/21 — H. Kiechle

Präsenzaufgaben

33. Gegeben sei die Menge $P := \{(\bar{2}x + \bar{1}, x^2); x \in \mathbb{Z}_5\} \subseteq \mathbb{Z}_5 \times \mathbb{Z}_5$.

- (a) Bestimmen Sie alle Elemente aus P .
- (b) Skizzieren Sie P in geeigneter Weise.
- (c) Prüfen Sie ob P eine Abbildung ist.
- (d) Was wären Definitions- bzw. Zielmenge?

34. Gegeben sei die Abbildung $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}; x \mapsto x^2 + 1$.

Bestimmen Sie $\vec{f}(\{1, \dots, 20\}) := \{z \in \mathbb{Z}; f(z) \in \{1, \dots, 20\}\}$.

35. Wahr oder falsch?

- (a) Die Zuordnung Vater \longrightarrow Sohn ist eine Abbildung.
- (b) Für $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto 0$, ist $\vec{g}(\{0\}) = \mathbb{R}$.
- (c) Für $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto x^2$, ist $\vec{h}(\{\mathbb{N}\}) = \mathbb{R}^{>0}$.

Hausaufgaben

36. Untersuchen Sie für die folgenden sechs Mengen, ob sie Abbildungen sind. Fertigen Sie auch geeignete Skizzen an.

- (a) $G := \{(x, 3x - 1); x \in \mathbb{R}\}$ und $\hat{G} := \{(3x - 1, x); x \in \mathbb{R}\}$.
- (b) $L := \{(x, x^3 - x); x \in \mathbb{R}\}$ und $\hat{L} := \{(x^3 - x, x); x \in \mathbb{R}\}$.
- (c) $F := \{(x, \bar{4}x + \bar{1}); x \in \mathbb{Z}_6\}$ und $\hat{F} := \{(\bar{4}x + \bar{1}, x); x \in \mathbb{Z}_6\}$

37. Gegeben seien die reellen Funktionen $f(x) = x^2 - \frac{1}{2}$ und $g(x) = 2x + \frac{3}{4}$.

- (a) Skizzieren Sie die Graphen der beiden Funktionen in ein einziges Koordinatensystem.
- (b) Ermitteln Sie graphisch die Lösungsmenge L der Ungleichung $f(x) < g(x)$.
- (c) Berechnen Sie L mittels quadratischer Ergänzung. Genau argumentieren!

38. Gegeben seien eine Abbildung $f : A \rightarrow B$ und $A_1, A_2 \subseteq A$.

- (a) Zeigen Sie: $\vec{f}(A_1 \cap A_2) \subseteq \vec{f}(A_1) \cap \vec{f}(A_2)$.
- (b) Belegen Sie durch ein Beispiel, dass *nicht* notwendig $\vec{f}(A_1 \cap A_2) = \vec{f}(A_1) \cap \vec{f}(A_2)$.