

# Grundlagen der Mathematik

Blatt 2

WiS 2020/21 — H. Kiechle

## Präsenzaufgaben

8. Sei  $A = \{0\}$  und  $B = \{1, 2\}$ .  
Bestimmen Sie alle Teilmengen der Mengen  $A$ ,  $A \cup B$ ,  $A \times B$ ,  $B \setminus A$ .
9. Vergleichen Sie die Wahrheitstafeln von  $A \implies B$  und  $\neg A \vee B$ . Was fällt auf?
10. Finden Sie eine möglichst einfache äquivalente Darstellung für  $\neg(A \implies B)$ , die keinen Folgepfeil mehr enthält.
11. Wahr oder falsch?
- (a)  $A \setminus B = A \cap \overline{B}$
  - (b)  $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$
  - (c)  $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \setminus C)$
  - (d)  $\mathbb{N} \times \mathbb{N} = \{n^2; n \in \mathbb{N}\}$
  - (e)  $\text{Pot } \emptyset = \emptyset$

## Hausaufgaben

12. Überprüfen Sie durch ein Venn-Diagramm, ob gilt
- (a)  $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$ ,      (b)  $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \setminus C$ .
  - (c)  $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$
13. Geben Sie die folgenden Mengen an:
- (a)  $\text{Pot}\{0, u, v\}$
  - (b)  $\text{Pot}(\text{Pot}(\{\emptyset\}))$
  - (c)  $\text{Pot}(\{u\} \times \{v\} \times \{u, v\})$

**bitte wenden!**

14. Von einer Schülerin wurde folgende kleine Rechnung verfasst:

**Behauptung:** Für alle reellen Zahlen  $b$  gilt:  $3 > b \implies 3 > 2b$ .

**Beweis:** Sei  $b$  eine reelle Zahl mit  $3 > b$ . Dann gilt:

$$\begin{aligned} & 3 > b \\ \implies & 3b > b^2 \\ \implies & 3b - 9 > b^2 - 9 \\ \implies & 3(b - 3) > (b + 3)(b - 3) \\ \implies & 3 > b + 3 \\ \implies & 3 + 3 > b + 3 + b \\ \implies & 3 > 2b \end{aligned}$$

Betrachten Sie die Aussageform  $A(b) := (3 > b \implies 3 > 2b)$  mit  $b \in \mathbb{R}$ .

- (a) Formulieren Sie die Behauptung der Schülerin als logische Formel.
- (b) Bestimmen Sie die Menge  $L := \{b \in \mathbb{R}; A(b)\}$ , und skizzieren Sie  $L$ .
- (c) Wie müsste  $L$  aussehen, wenn die Aussage korrekt wäre?

Schließen Sie daraus, dass die Aussage der Schülerin nicht korrekt ist.

- (d) Überlegen Sie bei jedem Schritt, welche Umformungen durchgeführt wurden und prüfen Sie ob diese korrekt sind. Welche Schritte waren nicht richtig und warum?