

Grundlagen der Mathematik

Blatt 10

WiS 2020/21 — H. Kiechle

Präsenzaufgaben

54. Welche der folgenden Ausdrücke sind gleich zu $\sum_{k=1}^{10} (2k - 1)$; welche nicht?

(i) $\sum_{i=1}^9 (2i - 1) + 19$; (ii) $\sum_{\ell=0}^{10} (2\ell + 1)$; (iii) $\sum_{\ell=1}^{10} (2\ell + 1)$; (iv) $\sum_{j=0}^9 (2j + 1)$; (v) 19.

55. Für welche $n \in \mathbb{N}_0$ gilt $n^2 < 2^n$?

56. Wahr oder falsch?

- (a) „ \leq “ auf \mathbb{N}_0 ist antisymmetrisch.
- (b) „ \leq “ auf \mathbb{N}_0 ist transitiv.
- (c) „ $-$ “ ist eine Verknüpfung auf \mathbb{N}_0 .
- (d) (\mathbb{Q}^+, \cdot) ist eine Halbgruppe.
- (e) $(\mathbb{Q}, -)$ ist eine Halbgruppe.

Hausaufgaben

57. Für welche natürlichen Zahlen gilt $\sum_{k=1}^n k! \cdot k = (n + 1)! - 1$ (mit Beweis)?

58. Zeigen Sie für $n \in \mathbb{N}_0$

- (a) $(n + 1)^3 = n^3 + 3n^2 + 3n + 1$;
- (b) $n \geq 5 \implies n > 3 + \frac{3}{n} + \frac{1}{n^2}$.
- (c) Für welche $n \in \mathbb{N}_0$ gilt $2^n > n^3$ (mit Beweis)?

59. ♡ Gegeben sei eine Halbgruppe $(H, *)$ mit neutralem Element e . Zeigen Sie für alle $a \in H$ und $n, m \in \mathbb{N}_0$

- (a) Sei H kommutativ und $b \in H$ so hat man $(a * b)^n = a^n * b^n$.
- (b) $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$.