

Grundlagen der Mathematik

Blatt 1

WiS 2020/21 — H. Kiechle

Präsenzaufgaben

Eine **Aussage** ist eine sinnvolle Zusammenstellung von Zeichen (Buchstaben, Zahlen, Sonderzeichen), die entweder **wahr** oder **falsch** ist. (Eindeutig entscheidbar, eine andere Möglichkeit gibt es nicht.)

1. Prüfen Sie ob folgende Sätze Aussagen sind

- (a) Es regnet.
- (b) Wenn es regnet, ist die Straße nass.
- (c) In diesem Raum sitzen 55 Personen.
- (d) Bitte setzen Sie sich!
- (e) 12345678901 ist eine Primzahl.
- (f) $x \leq 7$
- (g) Dieser Satz ist falsch.

Eine **Aussageform** ist eine sinnvolle Zusammenstellung von Zeichen (Buchstaben, Zahlen, Sonderzeichen), die von einer oder mehreren Variablen abhängt, die aus vorgegebenen *Grundmengen* stammen müssen. Weist man den Variablen Werte zu, dann entsteht eine Aussage. (Vgl. dazu Bsp. (f), wenn man etwa $x \in \mathbb{R}$ festlegt.)

2. Prüfen Sie ob folgende Sätze Aussageformen sind

- (a) x löst die Gleichung $\cos x = e^x$ ($x \in \mathbb{R}$ oder $x \in \mathbb{C}$)
- (b) n ist eine Primzahl ($n \in \mathbb{N}$)
- (c) Fahrradfahrer benutzen bitte den Radweg!
- (d) $a^2 + b^2 = c^2$
- (e) $x \neq x$

Aussageformen definieren Mengen: $L = \{x \in \mathbb{R}; \cos x = e^x\}$

$$\mathbb{P} := \{n \in \mathbb{N}; n \text{ ist eine Primzahl}\} \quad \text{oder} \quad T := \{(a, b, c) \in \mathbb{N}^3; a^2 + b^2 = c^2\}.$$

Die definierte Menge besteht genau aus den Elementen, für die die Aussageform wahr ist. Sie ist daher eine Teilmenge der Grundmenge.

In der Vorlesung wird etwas blumig über die „Angabe von Eigenschaften“ gesprochen.

bitte wenden!

3. Beschreiben Sie formal (d.h. mit Hilfe einer Aussageform) folgende Mengen

- (a) Menge aller Personen im Hörsaal.
- (b) Alle rationalen Zahlen, deren Quadrat kleiner als 2 ist.
- (c) Alle ganzen Zahlen, die bei Division durch 3 den Rest 1 liefern.

4. Wahr oder falsch?

- (a) $\{q \in \mathbb{Q}; q^2 = 5\} = \emptyset$
- (b) $A \subseteq \emptyset \implies A = \emptyset$

Hausaufgaben

5. Beschreiben Sie formal die folgenden Mengen und skizzieren Sie sie.

- (a) Alle $(a, b) \in \mathbb{Z}^2$ mit (i) $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ und mit (ii) $\frac{a}{b} = \sqrt{\frac{49}{169}}$. (Zwei Mengen – zwei Skizzen)
- (b) Alle rationalen Zahlen, deren Quadrat 2 oder 3 ist.

6. Es seien M eine Menge und $A, B \subseteq M$. Vereinfachen Sie soweit möglich:

$$\overline{(\overline{A} \cap (\overline{B} \cup A)) \cup (B \cap (A \cap \overline{B}))}$$

Benutzen Sie ausschließlich (1.7) und markieren Sie an jeder Stelle die verwendete Regel.

7. Legen Sie eine Wahrheitstafel an für die Aussage

$$(A \implies B) \iff (\neg B \implies \neg A)$$

Was fällt Ihnen auf? Können Sie das Ergebnis interpretieren?

Geben Sie ein umgangssprachliches Beispiel für diesen Sachverhalt.