

Übungen zur Codierungstheorie

Blatt 9

SoS 2023 — H. Kiechle

Präsenzaufgaben

32. Simplex-Codes

Gegeben sei $r \geq 2$ und die $r \times 2^r$ -Matrix \tilde{H} , deren Spalten genau alle Elemente aus \mathbb{Z}_2^r sind. Die $r \times (2^r - 1)$ -Matrix H entsteht aus \tilde{H} durch streichen der Null-Spalte. H ist die Generatormatrix des linearen $(2^r - 1, r)$ Codes \mathcal{S}_r .

- (a) Es gibt genau gleich viele Wörter in \mathbb{Z}_2^r , die mit einer 0 oder die mit einer 1 anfangen.
- (b) Jede Zeile von \tilde{H} hat das Gewicht 2^{r-1} . Wie ist das bei H ?
- (c) Es gilt tatsächlich $r = \dim \mathcal{S}_r$.
- (d) In jeder anderen Generatormatrix H' von \mathcal{S}_r bestehen die Spalten auch genau aus allen Elementen von $\mathbb{Z}_2^r \setminus \{\mathbf{0}\}$.
- (e) Jedes Wort $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$ aus \mathcal{S}_r kann in einer Generatormatrix vorkommen.
- (f) Was ist also $\gamma(\mathbf{x})$ für $\mathbf{x} \in \mathcal{S}_r$?
- (g) Was ist daher $\gamma_{\min}(\mathcal{S}_r)$?

Hausaufgaben

33. A. Gegeben sei der lineare (n, k) -Code $\mathcal{C} \subseteq \mathbb{Z}_2^6$, der von $\{101101, 010101, 011110, 100110\}$ erzeugt wird. Bestimmen Sie

- (a) eine Generatormatrix G in Standardform;
- (b) eine Kontrollmatrix;
- (c) die Parameter n , k und den Minimalabstand;
- (d) die Parameter inklusive des Minimalabstands von \mathcal{C}^\perp .

B. Dasselbe für $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{Z}_{11}^6$ erzeugt von $\{110000, 011000, 001100, 000110, 000110, 000011\}$.

Welcher bekannte Code ist \mathcal{D} ?

34. Bestimmen Sie den Minimalabstand für die beiden binären linearen Codes, die durch folgende Kontrollmatrizen gegeben sind (mit Begründungen):

$$(a) \quad H = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad (b) \quad H = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- (c) Geben Sie für beide Codes je eine Generatormatrix an.