Übungen zur Codierungstheorie

Blatt 6 SoS 2023 — H. Kiechle

Präsenzaufgaben

21. Wir betrachten den ISBN-10 Code $\mathcal{I}$ aus (1.9).

(a) Zeigen Sie direkt, dass $\mathcal{I}$ linear ist.

(b) Beschreiben Sie die Codierung mit einer Matrix.

(c) Beschreiben Sie $\mathcal{I}$ als Kern einer linearen Abbildung.

(d) Bestimmen Sie das Minimalgewicht. Ist $\mathcal{I}$ ein MDS-Code?

22. Wahr oder falsch?

(a) Der $(7,4)$-Hamming-Code ist perfekt.

(b) Der $(8,4)$-Bauer-Code ist perfekt.

(c) Der $(7,4)$-Hamming-Code ist ein MDS-Code.

(d) Der $(8,4)$-Bauer-Code ist ein MDS-Code.

Hausaufgaben

Die Hamming- und die Singleton-Schranke kann man als obere Schranke für die mögliche Größe eines Codes bei sonst fixen Parametern verstehen (siehe auch die Definition von $A_q(n,d)$ in Aufgabe 24). Die Gilbert-Varshamov-Schranke liefert analog eine untere Schranke.

23. Prüfen Sie mit den beiden oberen Schranken aus § 3, ob es einen

(a) 7-nären $(7,4)$-Code mit Minimalabstand 5 gibt;

(b) binären $(10,4)$-Code mit Minimalabstand 7 gibt.

24. Wir betrachten einen Code über $\mathbb{Z}_q$ der Länge n mit Minimalabstand d. Die maximal mögliche Anzahl von Elementen eines solchen Codes wird mit $A_q(n,d)$ bezeichnet.

(a) Leiten Sie aus den Ergebnissen aus § 3 der Vorlesung zwei obere und eine untere Schranke für $A_q(n,d)$ ab. **Hinweis:** Die Aussagen aus § 3 müssen geeignet umgeformt werden.

(b) Schätzen Sie damit $A_3(n,5)$ nach unten und oben ab; für alle $n \in \{5,\dots,14\}$.

Nutzen Sie dazu eine Tabellenkalkulation oder eine andere Programmiersprache.

bitte wenden!

Link zur Evaluation: .