Übungen zur Codierungstheorie

Blatt 3 SoS 2023 — H. Kiechle

Präsenzaufgaben

9. Fertigen Sie für den Code $\{000, 011\} \subseteq \mathbb{Z}_2^3$ eine Decodier-Tabelle an.
Visualisieren Sie Ihre Ergebnisse am Würfel.

10. Wir visualisieren die Metrik aus Aufgabe 13(b).

11. Wahr oder falsch?

(a) Bei der ISBN kann man einen Fehler korrigieren.

(b) Bei der ISBN kann man ein unleserliches Zeichen rekonstruieren.

Hausaufgaben

12. Legen Sie eine Decodier-Tabelle an für

$$\mathcal{C}_1 := \{101, 111, 011\} \quad \text{und} \quad \mathcal{C}_2 := \{000, 001, 010, 011\}.$$

Tragen Sie dort, wo zwei Lösungen existieren, beide Lösungen ein.

Visualisieren Sie Ihre Ergebnisse geeignet.

13. Sei M eine Menge. Eine Abbildung $d : M \times M \to \mathbb{R}$ heißt *Metrik*, wenn sie die Eigenschaften aus (2.1) erfüllt.

(a) Leiten Sie aus Eigenschaften des Absolutbetrags auf $\mathbb{R}$ her, dass
$\delta : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}, (u, v) \mapsto |v - u|$ eine Metrik ist (Abstand zwischen zwei Punkten auf der Zahlengeraden).

(b) Zeigen Sie, dass durch $d(a, b) := \delta(a_1, b_1) + \cdots + \delta(a_n, b_n)$ eine Metrik auf $\mathbb{R}^n$ definiert wird.

(c) Die Menge $K_r(\mathbf{a}) := \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n\, ;\ d(\mathbf{x}, \mathbf{a}) \leq r\}$ heißt *Kugel* um $\mathbf{a}$ mit Radius r (warum?).
Skizzieren Sie im $\mathbb{R}^2$ die Kugeln $K_1(0,0)$, $K_2(0,0)$ und $K_1(1,0)$.
Wie sehen Kugeln im $\mathbb{R}^3$ aus?